

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа

Образовательная программа
03.03.02 Физика

Профиль подготовки:
Медицинская физика

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: вариативная по выбору

Махачкала - 2015

Рабочая программа по дисциплине «Методы функционального анализа» составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **03.03.02- Физика** (уровень: бакалавриат) от «7» августа 2014г. № 937.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Рагимханов В.Р., к.ф.-м. н., доцент.


Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУиФА от «24» ноября 2015 г., протокол № 4

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» ноября 2015 г., протокол № 3.

Председатель  Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно - методическим управлением «3» декабря 2015 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Методы функционального анализа» входит в вариативную по выбору часть образовательной программы бакалавриата по направлению **03.03.02 Физика.**

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общефессиональных компетенций (ОПК): ОПК-2, ОПК-3.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме зачета.*

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
5	72	36		18			18	Зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *Методы функционального анализа* являются:

- овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);
- овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);
- овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и физики;
- дальнейшее повышение математической культуры студентов.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *Методы функциональный анализ* входит в вариативную часть по выбору образовательной программы по направлению **03.03.02 Физика**.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации, квантовая механика.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен знать:

- 1) линейную алгебру;
- 2) основы математического анализа;
- 3) Методы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;
- 4) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-2	Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые	<u>Знать:</u> место функционального анализа

	знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	внутри математики и возможностей функционального аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений <u>Уметь:</u> формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа <u>Владеть:</u> основными методами функционального анализа
ОПК-3	Способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач	<u>Знать:</u> основные понятия и теоремы функционального анализа <u>Уметь:</u> видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики <u>Владеть:</u> методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 2, академических часов 72.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства								
<i>Всего по модулю 1</i>	3		18	8			10	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические пространства			6	2			4	
1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства			8	4			4	
3. Принцип сжатых			4	2			2	

отображений								
Модуль 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы								
Всего по модулю 2	3		18	10			8	Контрольная работа, коллоквиум
1. Линейные ограниченные операторы			8	4			2	
2. Теорема Хана-Банаха			4	2			2	
3. Теоремы о равномерном ограничении и открытом отображении.			6	4			4	
ИТОГО	72		36	18			18	зачет

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Лекция № 1:

- 1) Метрические пространства.
- 2) Примеры метрических пространств.

Лекция № 2:

- 1) Сходимость в метрическом пространстве.
- 2) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.

Лекция № 3:

- 1) Теорема о пополнении метрических пространствах.
- 2) Теорема о вложенных шарах.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Лекция № 4:

- 1) Полуорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные.

Лекция № 5:

- 1) Банаховы пространства.
- 2) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.

Лекция № 6:

- 1) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
- 2) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
- 3) Неравенство Коши-Буняковского.

Лекция № 7:

- 1) Ортогональность.
- 2) Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства.

Тема 3: «Принцип сжатых отображений»

Лекция №8:

- 1) Неподвижные точки отображений.
- 2) Сжимающие отображения.
- 3) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Лекция №9:

- 1) Приложение теоремы Банаха о сжимающем отображении к системам уравнений.
- 2) Приложение теоремы Банаха о сжимающем отображении к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Модуль 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

Лекция № 10:

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Примеры ограниченных линейных операторов.

Лекция № 11:

- 1) Интегральные операторы Фредгольма
- 2) Интегральные операторы Вольтерра

Лекция № 12:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Лекция № 13:

- 1) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 2) Самосопряженные операторы и их примеры.

Тема 2: «Теорема Хана-Банаха»

Лекция № 14:

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Лекция № 15:

- 1) Сопряженное пространство.
- 2) Сопряженные пространства к конкретным банаховым пространствам.

Тема 3: «Теоремы о равномерной ограниченности и открытом отображении»

Лекция № 16:

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Сильная и слабая сходимости операторов.
- 3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
- 4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.

Лекция № 17:

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.

Лекция № 18:

- 1) Спектр ограниченного оператора.
- 2) Спектр самосопряженного оператора.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Практическое занятие № 1:

- 1) Метрические пространства.
- 2) Примеры метрических пространств.
- 3) Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
- 4) Непрерывные отображения между метрическими пространствами.
- 5) Примеры непрерывных отображений

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Практическое занятие № 2:

- 1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные.
- 3) Примеры ЛНП и банаховых пространств.

Практическое занятие № 3:

- 1) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
- 2) Ортогональные системы.
- 3) Коэффициенты Фурье по ортогональной системе.
- 4) Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.

Тема 3: «Принцип сжатых отображений»

Практическое занятие № 4:

- 1) неподвижные точки отображений.
- 2) Сжимающие отображения.
- 3) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.
- 4) Приложения теоремы Банаха о неподвижной точке.

Модуль 3. Линейные ограниченные операторы и функционалы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

Практическое занятие № 5:

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.
- 3) Примеры ограниченных линейных операторов.

Практическое занятие № 6:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Теорема Хана-Банаха»

Практическое занятие № 7:

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «Теоремы о равномерной ограниченности и открытом отображении»

Практическое занятие № 8:

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.

3) Спектр ограниченного оператора.

Практическое занятие № 9:

- 1) Самосопряженные операторы.
- 2) Спектр самосопряженного оператора.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины Методы функционального анализа лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

- 1) Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982.,
- 2) Федоров В.М. Курс функционального анализа. С.-П.,М., Краснодар: Лань, 2005.
- 3) Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 4) Дерр В.Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
- 5) Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Методы теории функций и функционального анализа. 7-е изд., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- 6) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Основы теории меры. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильеса и его приложения. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2008.
- 8) Рагимханов Р.К., Насрулаев Ф.С. Основные понятия и факты теории множеств и линейных пространств, используемые в функциональном анализе. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2011.
- 9) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
- 10) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Функциональный анализ. Часть I. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2013

Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства $L_b(R^n, R^n)$.
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов $L(H)$, H - гильбертово пространство сходящееся в $L_s(H)$, но не в $L_b(H)$.
3. Найти A^* для $A \in L(R^n, A^n)$.
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве $C_{[a,b]}$.
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.
7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода

$$8. X(t) = \lambda \int_a^t k(t, s)x(s)ds = y(t),$$

где $K(t, s)$ и $y(t)$ непрерывные функции при $a \leq s \leq t \leq b$.

Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.

9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве Методы x и y ортогональны тогда и только тогда, когда $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x + y\|^2$

10. Пусть E - вещественное ЛНП и для любых $x, y \in E$ выполняется равенство параллелограмма:

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2).$$

Доказать, что формула

$$(x, y) = \frac{1}{4} \{ \|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 \}$$

задает в E скалярное произведение, согласующееся с нормой в E , т.е. такое, что $(x, x) = \|x\|^2$.

11. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 2 Линейно нормированные и гильбертовы пространства	
1. Метрические пространства	Доклад на тему: Метризация теоремы.

2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	Доклад на тему: Операторы Гильберта-Шмидта.
3. Принцип сжатых отображений	Доклад на тему: Приложения теоремы Банаха о сжимающем отображении
Раздел 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы	
1. Линейные ограниченные операторы	Решение задач и упражнений.
2. Теорема Хана-Банаха	Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха.
3. Теоремы о равномерном ограничении и открытом отображении.	Реферат на тему: Приложения теоремы об обратном операторе

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК-2	<u>Знать</u> : место функционального анализа внутри математики и возможностей функционально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений <u>Уметь</u> : формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа <u>Владеть</u> : основными методами функционального анализа	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-3	<u>Знать</u> : основные понятия и теоремы функционального анализа <u>Уметь</u> : видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики <u>Владеть</u> : методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели

типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><u>Знать:</u> место функционального анализа внутри математики и возможностей функционально-аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений</p> <p><u>Уметь:</u> формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа</p> <p><u>Владеть:</u> основными методами функционального анализа</p>	<p>Допускает неточности в определениях и формулировках основных теорем функционального анализа. Решает несложные задачи на установление того, что данная функция является метрикой, нормой или скалярным произведением</p>	<p>Демонстрирует знание определений фундаментальных понятий, формулирует основные теоремы функционального анализа. Может решить типичные задачи на определении полноты и сепарабельности метрических пространств, может устанавливать ограниченность простых линейных операторов</p>	<p>Показывает знание строгих определений фундаментальных понятий и формулировок основных теорем функционального анализа. Может решить задачи разного уровня сложности установлению основных свойств линейно нормированных пространств и линейных операторов, действующих в них</p>

ОПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	<p><u>Знать</u>: основные понятия и теоремы функционального анализа</p> <p><u>Уметь</u>: видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики</p> <p><u>Владеть</u>: методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики</p>	<p>Допускает неточности в определении классических функциональных пространств и их свойств. С неточностями может ставить функционально аналитические постановки задач из теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. С недочетами владеет стандартными методами анализа линейных и нелинейных операторов.</p>	<p>Демонстрирует знание классических функциональных пространств и умеет корректно ставить функционально аналитические формулировки задач из теории дифференциальных уравнений в частных производных. Знает общую схему функционально анализа таких задач.</p>	<p>Показывает четкое знание классических функциональных пространств; умеет корректно и полно ставить краевые задачи для дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных на языке функционального анализа. Знает приемы и методы анализа таких задач.</p>
-----------	---	--	---	---

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

7.3.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства L^p , их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тожество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.

15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.

7.3.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Какие из следующих утверждений справедливы для операции Δ симметрической разности

- a. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \cup (C \cup B)$
- b. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- c. $A\Delta B \supset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- d. $A\Delta B \subset (A \cap C) \not\subset (C \cup B)$

2. Пусть $A, B \in 2^X$ и $(A_n)_{n=1}^{\infty} \subset 2^X$ - данная последовательность, χ_E - характеристическая функция множества $E \subset X$. Верно ли следующее предложение?

- a. $(A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n) \Leftrightarrow (\chi_A(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x))$
- b. $\chi_{A\Delta B}(x) \neq |\chi_A(x) - \chi_B(x)|$
- c. $\chi_{\liminf A_n}(x) \neq \liminf \chi_{A_n}(x)$
- d. $\chi_{\overline{\lim} A_n}(x) \neq \limsup \chi_{A_n}(x)$

3. Пусть $f: X \rightarrow Y$ произвольное отображение и $A_t \in 2^X, B_t \in Y$ где $t \in T$ и T - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относятся к образам и прообразам множеств?

- a. $f(\bigcup_t A_t) = \bigcup_t f(A_t)$
- b. $f(\bigcap_t A_t) = \bigcup_t f(A_t)$
- c. $f(A_1) \setminus f(A_2) \not\subset f(A_1 \setminus A_2)$
- d. $f^{-1}(\bigcup_t B_t) \neq \bigcup_t f^{-1}(B_t)$

4. Пусть $f: X \rightarrow Y$ произвольное отображение X в Y , $g, h: Y \rightarrow X$ - данные отображения, а $f(x) = y, (*)$ - данное уравнение. Какое из следующих уравнений верное?

- a. Если уравнение $(*)$ имеет решение и $g \circ f = I_X$, то это решение единственно;
- b. Если $g \circ f = I_Y$, то уравнение $(*)$ имеет, по крайней мере одно решение
- c. Если f имеет обратное отображение, то уравнение $(*)$ имеет решение, но не единственное.
- d. $f(X) \in Y$

5. Пусть X - множество прямых l плоскости и пусть $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_a}$ означает, что $l_1 \parallel l_2$, $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_b}$, означает, что $l_1 \perp l_2$.

Какие из следующих высказываний верны?

- a. $X \mid R_a$ - можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящих через фиксированную точку плоскости
- b. R_a - отношение эквивалентности в X
- c. R_b - не является отношением эквивалентности в X
- d. R_a и R_b - отношение эквивалентности в X

6. Пусть X - произвольное множество, R - отношение эквивалентности в X .
Найдите из следующих предложений верное:

- a. Всякое разбиение X соответствует некоторому отношению эквивалентности R в X .
- b. Методы $X \mid R$ образует разбиение
- c. Методы $X \mid R$ не образует разбиение
- d. Не всякое разбиение X определяет некоторое отношение эквивалентности R в X .

7. Какое из следующих предложений верно?

- a. (N, \leq) (множество натуральных чисел с естественным порядком)
- b. $(G, <)$ (множество всех окрестностей фиксированной точки $x \in R^n$, упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.
- c. Пусть $x \in R^n$ произвольная точка и Λ - множество интервалов I , содержащий точку x с отношением порядка L : « $I_1 < I_2$ означает $I_1 \supset I_2$ » ($\Lambda, <$) не является направленным множеством
- d. Множество N нельзя упорядочить

8. В метрическом пространстве (E, ρ) , где $\rho(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = y \\ 1 & \text{при } x \neq y \end{cases}$, какое из

следующих предложений верно?

- a. Любое подмножество в E одновременно и открыто и замкнуто
- b. Одноточечное множество не открыто.
- c. Все множества открыты
- d. одноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?

- a. $\forall p \in [1, +\infty]: (K^n, \rho_p)$ - метрическое пространство
- b. $\forall p \in [1, +\infty]:$ сходимость в (K^n, ρ_p) - эквивалентна равномерной по координатной сходимости.
- c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

10. Какому условию должна удовлетворяться определенная на R непрерывная функция $u = f(u)$, чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$?

a. f – монотонная и $f(R) = R$

b. $f = const$

c. f – непрерывна на R

d. f – разрывна

11. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : K^n \times K^n \rightarrow R$, где $n \in N$, $K = R$ или C и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1, +\infty) : (K^n, \rho_p)$ метрическое пространство

b. $\forall p \in [1, +\infty)$ метрическое пространство

c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

12. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : K^n \times K^n \rightarrow R$, где $n \in N$, $K = R$ или C и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1, +\infty)$ сходимость в (K^n, ρ_p) эквивалентна равномерной по координатной сходимости

b. Любое ограниченное множество в (K^n, ρ_p) вполне ограничено, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.

c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

13. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

- $\forall p \in [1, +\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство
- Из сходимости в (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ следует покоординатная сходимость
- (l_3, ρ_3) не метрическое пространство
- (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

14. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

- $\forall p \in [1, +\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство
- Сходимость в (l_∞, ρ_∞) совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при $p \in [1, +\infty)$ следует покоординатная сходимостью
- (l_3, ρ_3) не метрическое пространство
- (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

15. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- (l_p, ρ_p) полное метрическое пространство при $p \in [1, +\infty)$
- (l_∞, ρ_∞) не является сепарабельным метрическим пространством
- (l_∞, ρ_∞) является сепарабельным метрическим пространством
- (l_p, ρ_p) неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

- a. Любое ограниченное множество в (l_∞, ρ_∞) вполне ограничено
- b. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ некомпактны
- c. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ компактны
- d. Любое ограниченное множество в (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ вполне ограничено

17. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$, где

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- a. $l_p \subset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$
- b. $l_\infty \supset l_1$
- c. $l_p \supset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$
- d. $l_p \not\subset l_q$ и $l_q \not\subset l_p$ при $p < q$, $p, q \in [1 + \infty)$

18. Пусть $s = \{f \mid f : N \rightarrow R\}$ и фикция $\rho : s \times s \rightarrow R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- a. (s, ρ) -компактное пространство
- b. Сходимость в (s, ρ) равномерная покоординатная
- c. (s, ρ) - полное пространство
- d. (s, ρ) - сепарабельное пространство

19. Пусть $s = \{f \mid f : N \rightarrow R\}$ и фикция $\rho : s \times s \rightarrow R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- a. На (s, ρ) можно задать норму так, что $\rho(x, y) = \|x - y\|$
- b. Любое множество в (s, ρ) предкомпактное
- c. (s, ρ) - линейное метрическое пространство
- d. Сходимость в s по координатная

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

- a. В любом метрическом пространстве замыкание шара $\overline{B(x, r)}$ лежит в замкнутом шаре $\overline{B(x, r)}$.

б. В любом метрическом пространстве E для любого $r > 0$ выполняется неравенство $0 \leq \text{diam}B(x, r) \leq 2r$.

с. $\text{diam}B(x, r) \geq 3r$

д. $\text{diam}B(x, r) = 0$.

7.3.1. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.
8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве L_p ($p \in (1, +\infty)$). Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве
11. Теорема об ограниченной обратимости оператора $I + A$.
12. Ортогональное разложение гильбертова пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора $B = A + \Delta$, где $A, \Delta A \in L_b(E, F)$.
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.
20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.

21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

7.3.4. Примерные вопросы к зачету по дисциплине

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стильтьеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в \mathbb{R}^n .
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (В)-пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов $L(E, F)$ и его полнота.
21. Изоморфизм (В)-пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (В)-пространствах.
23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала $f \in (C_{([a,b])})^*$.
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$) и их свойства.
30. Сопряженное пространство $L_p^*(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
34. Всюду плотные множества в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$), аппроксимация гладкими функциями.

35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в $L_1(\mathbb{R}^n)$, формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в $L_2(\mathbb{R}^n)$, теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций $D(\mathbb{R}^n)$ и обобщенных функций $D'(\mathbb{R}^n)$, Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство $E'(\mathbb{R}^n)$.
48. Свойства пространства $E'(\mathbb{R}^n)$, регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца $J'(\mathbb{R}^n)$ и преобразование Фурье в $J'(\mathbb{R}^n)$.
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.
54. Слабая* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в $C(X)$.
61. Критерий компактности множества в пространствах l_p и $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
62. Слабо* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой* компактности множества
64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в (B) -пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Методы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.
- 3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ*. М.: Наука, 1977.
- 4 А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. *Методы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- 5 Садовничий В.А. *Теория операторов* 5-ое издание 2004 г.
- 6 Богачев В.И., Смолянов О.Г. *Действительный и функциональный анализ: университетский курс*. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 7 Дерр В.Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Дополнительная

- 8 Иосида К. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1967.
- 9 Рудин У. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1975.
- 10 Федоров В.М. *Курс функционального анализа*. С.-П.,М.,Краснодар: Лань, 2005.
- 11 Хелемский А.Я. *Лекции по функциональному анализу*. М.: МЦИМО, 2004.
- 12 Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 13 Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н. и др. *Действительный анализ в задачах* ФИЗМАТЛИТ 2005 416 стр.

Задачники

- 1) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. *Теоремы и задачи функционального анализа*. М.:Наука, 1988.
- 2) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. *Задачи и упражнения по функциональному анализу*. М.: Наука, 1984.

3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.

4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» ,Наука, 2002

5) Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<p>Студентам:</p> <ul style="list-style-type: none"> - запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; <p>Преподавателям:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. <p>Всем заинтересованным пользователям:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. 2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по элементам функционального анализа распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Специфика дисциплины «Методы функционального анализа» состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Методы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.
- 3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ*. М.: Наука, 1977.
- 4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. *Методы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- 5 Садовничий В.А. *Теория операторов* 5-ое издание 2004 г.
- 6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. *Действительный и функциональный анализ: университетский курс*. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 7 Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Дерр В. Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения». – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к зачету: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.