

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:  
03.03.02 Физика

Профиль подготовки:  
«Фундаментальная физика», «Медицинская физика»

Уровень высшего образования:  
бакалавриат

Форма обучения:  
Очная

Статус дисциплины:  
базовая

Махачкала 2018

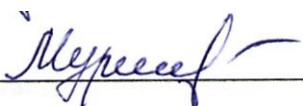
Рабочая программа дисциплины «Теория функций комплексного переменного» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 физика (уровень бакалавриат) от 07.08.2014 № 937

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии физического факультета  
от «28» июня 2018г., протокол № 10.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2018г.  Гасангаджиєва А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **03.03.02 физика**. Дисциплина реализуется на физическом факультете, кафедрой Дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с комплексными числами, аналитическими функциями и теории вычетов. Применяются в гидродинамике, в теории упругости и т.д. Дисциплину «Теория функций комплексного переменного» необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке) (ОПК-1);
- способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2).

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем				СРС, в том числе зачет			
		всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия				
4	72	38	18	-	18	-	2	34	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются изучение комплексных чисел. Изучение на базе вещественного анализа, теории функций комплексного переменного. Ознакомление с прикладными аспектами теории функций комплексного переменного. Ознакомление с фундаментальными свойствами аналитических функций.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 физика.

Курс теории функций комплексного переменного преподается на 3 курсе, после изучения вещественного анализа, алгебры и геометрии.

К исходным требованиям, необходимым для изучения дисциплины «Теория функций комплексного переменного», относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: «Алгебра», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дискретная математика и математическая логика», а также навыки, приобретенные в процессе прохождения учебной практики.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» является основой для изучения дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Электричество и магнетизм», «Атомная физика», для последующего изучения других дисциплин вариативной части профессионального цикла.

**3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).**

Код компетенции из ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию	Умение использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования
ОПК-1	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)	Владеть основными приемами теории функций комплексного переменного при математическом моделировании физических задач, возникающих на практике
ОПК-2	Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Владеть основными приемами применения теории функций комплексного переменного к физическим задачам

**4. Объем, структура и содержание дисциплины.**

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 2, академических часов 72

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				ЛК	СЕМ	СРС	КСМ	
<b>Модуль I. Функции комплексного переменного</b>								
1	<b>Раздел I. Функции комплексного переменного</b>	4		8	8	20		Коллоквиум, контрольная работа
<b>Модуль II. Интеграл. Вычеты</b>								
2	<b>Раздел II. Теория интеграла Коши</b>	4		6	6	8		Коллоквиум, контрольная работа

3	Раздел III. Ряд Лорана, вычеты.	4	4	4	8	Коллоквиум, контрольная работа
	<b>Итого за 4 семестр</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	Зачет

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

#### Модули I

##### Тема 1. Комплексные числа.

Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме. Формула Муавра. Стереографическая проекция. Сфера Римана.

**Тема 2.** Последовательности и ряды комплексных чисел. Функция комплексного переменного. Предел, непрерывность, производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная. Аналитические функции. Конформные отображения.

**Тема 3.** Элементарные функции и конформные отображения. Дробно-линейные отображения. О гомеоморфности, конформности дробно-линейных отображений. Круговое свойство дробно-линейных отображений. Точки симметричные относительно окружности. Свойство сохранения симметрии дробно-линейных отображений. Группа дробно-линейных отображений. Специальные дробно-линейные отображения. Дробно-линейное отображение верхней полуплоскости на единичный круг. Дробно-линейное отображение единичного круга на единичный круг. Функция  $e^z$ , определение и свойства. Тригонометрические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Степенные и показательные функции  $a^z$ ,  $z^a$ . Функция  $\text{Ln } z$ .

#### Модуль II

##### Тема 4. Теория интеграла.

Путь и кривая. Определение интеграла по пути. Свойство ортогональности степеней. Свойства интеграла: линейность, аддитивность, эквивалентность, ориентируемость, неравенства. Интеграл по кривой. Интегральные теоремы Коши. Интегральная теорема Коши для треугольников. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши для односвязных областей. Интегральная теорема Коши для многосвязных областей. Интегральная формула Коши. Первообразная.

##### Тема 5. Ряды Тейлора и Лорана.

Степенные ряды. Признак Коши-Адамара. Об аналитичности суммы степенного ряда и следствия из него. Ряд Тейлора. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. О единственности разложения функции в степенной ряд. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о единственности аналитической функции. Ряд Лорана. Главная часть ряда Лорана. О единственности разложения в ряд Лорана. Неравенства Коши.

##### Тема 6. Вычеты. Приложения .

Особые точки аналитической функции. Изолированные особые точки и их классификация. Устранимая особая точка, полюс и существенно особая точка. Порядок полюса. О связи изолированных особых точек с разложением в ряд Лорана. Изолированная особая точка  $\infty$ . Ряд Лорана в точке  $\infty$  и о его связи с типом особенности в  $\infty$ . Понятие вычета в конечной изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе. Вычет в изолированной особой точке  $\infty$ . Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов для нахождения интегралов по пути. Применение вычетов для нахождения определенных интегралов. Применение вычетов для нахождения несобственных интегралов. Логарифмический вычет.

#### 4.3.1. Содержание практических занятий по дисциплине.

## Модули I

### Тема 1. Комплексные числа.

Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме. Формула Муавра. Стереографическая проекция. Сфера Римана.

**Тема 2.** Топологические понятия. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функция комплексного переменного. Предел, непрерывность, производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Конформные отображения.

**Тема 3.** Элементарные функции и конформные отображения. Дробно-линейные отображения. Свойства дробно-линейных отображений Функция  $e^z$ , определение и свойства. Тригонометрические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Степенные и показательные функции  $a^z$ ,  $z^a$ . Функция  $\operatorname{Ln} z$ .

## Модуль II

**Тема 4.** Теория интеграла. Интегральные теоремы Коши. Интегральная формула Коши. Первообразная.

**Тема 5.** Ряды Тейлора и Лорана. Степенные ряды. Признак Коши-Адамара. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о единственности аналитической функции. Ряд Лорана. Главная часть ряда Лорана.

**Тема 6.** Вычеты. Приложения. Особые точки аналитической функции. Устранимая особая точка, полюс и существенно особая точка. Порядок полюса. Вычет в конечной изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе. Вычет в изолированной особой точке  $\infty$ . Применение вычетов для нахождения интегралов по пути. Применение вычетов для нахождения определенных интегралов. Применение вычетов для нахождения несобственных интегралов.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

*Учебно-методические пособие для самостоятельной работы*

Магомедов Г.А., Сиражудинов М.М., Рагимханов Р.К., «Теория функций комплексного переменного». Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2010.

*Задания для самостоятельной работы*

### Задание 1. Перечень вопросов к зачету

1. Определение функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$  с помощью рядов.
2. Конформные отображения.

3. Обратимость функций  $e^z$ ,  $z^n$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ .
4. Понятие Римановой поверхности.
5. Точки ветвления.
6. Различные определения однозначной аналитической функции и их сравнение.
7. Теорема Вейерштрасса.
8. Интеграл типа Коши.
9. Аналитическое продолжение.
10. Теорема Пикара. Особые точки многозначного характера.
11. Логарифмический вычет.
12. Индекс функции. Принцип аргумента.
13. Принцип сохранения областей.
14. Теорема Руше. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
15. Принцип максимума модуля аналитической функции.
16. Принцип минимума.
17. Интегральная теорема Коши для треугольников.
18. Теорема о среднем значении

*Задание 2.* Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы приведены ниже в п. 7.2.1

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура оценивания
ОК-7	способностью к самоорганизации и	Умение использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования по теории функций комплексного переменного	Устный опрос
ОПК-1	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)	Владеть основными приемами теории функций комплексного переменного при математическом моделировании физических задач, возникающих на практике	коллоквиум
ОПК-2	Способностью	Владеть основными приемами	Устный опрос

	использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	применения теории функций комплексного переменного к физическим задачам	
--	---	---	--

## 7.2. Типовые контрольные задания

### 7.2.1 Примерные темы рефератов и курсовых работ:

1. Использование вычетов для вычисления несобственных интегралов
2. Использование вычетов для вычисления собственных интегралов
3. Изолированные особые точки
4. Использование вычетов для суммирования рядов
5. Римановы поверхности.

### 7.2.2 Вопросы к коллоквиуму

1. Понятие аналитичности функции в точке, в области. Необходимые и достаточные условия аналитичности.
2. Основные свойства аналитических функций
  - а) независимость интеграла от пути
  - б) разложимость в степенной ряд (Теорема Тейлора)
  - в) бесконечная дифференцируемость аналитических функций
  - г) принцип единственности аналитических функций
3. Различные определения однозначной аналитической функции.
4. Ряд Лорана. Сходимость.
5. Разложение функции в ряд Лорана (Теорема Лорана).
6. Разложение функции в окрестности бесконечно-удаленной точки.
7. Изолированные особые точки однозначного характера и их типы
8. Вычеты. Определения.
9. Формулы для вычетов относительно полюса.
10. Основная теорема о вычетах.
11. Приложения вычетов к вычислению интегралов.

## 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – 30 баллов.



Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### а) основная литература:

#### 1. Шабат, Борис Владимирович.

Введение в комплексный анализ. Ч.1 : Функции одного переменного / Шабат, Борис Владимирович ; Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2004. - 336 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5-8114-0568-5 : 200-00.

#### 2. Привалов, Иван Иванович.

Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / Привалов, Иван Иванович. - Изд. 15, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Высш. шк. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2009, 1999, 1984. - 432 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0913-6 : 299-97.

#### 3. Магомедов, Гаджи Абдулкадырович.

Теория функций комплексного переменного : учеб. пособие для практикума / Магомедов, Гаджи Абдулкадырович, Сиражудинов, Магомед Магомедалиевич, Рагимханов, Римихан Курбанович. - Махачкала : ИПЦ ДГУ, 2010, 20003. - 154 с. - ISBN 5-7788-0120-3 : 100-00.

4. Гусак А.А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление [Электронный ресурс] / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова, Г.М. Гусак. — Электрон. текстовые данные. — Минск: ТетраСистемс, 2002. — 208 с. — 985-470-054-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28246.html>

### б) дополнительная литература:

#### 1. Сидоров, Ю.В.

Лекции по теории функций комплексного переменного : учебник / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. - 3-е изд., испр. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 480 с. - ISBN 5-02-013954-8 : 1-30.

#### 2. Шабунин, Михаил Иванович.

Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Шабунин, Михаил Иванович, Е. С. Половинкин. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2009. - 362,[6] с. - (Технический университет). - Рекомендовано УМО вузов РФ по образованию в обл. приклад. мат. и физ. - ISBN 978-5-94774-330-2 : 215-00.

#### 3. Привалов, Иван Иванович.

Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник / Привалов, Иван Иванович. - Изд. 15, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Высш. шк. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2009, 1999, 1984. - 432 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0913-6 : 299-97.

4. Галкин С.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С.В. Галкин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. — 242 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31301.html>

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	<b>Студентам:</b> - запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этой

			<p>пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии;</p> <p><b>Преподавателям:</b></p> <p>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</p> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <p><b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</p> <p><b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</p>
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по теории функций комплексного переменного распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по комплексному анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux,

прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины комплексный анализ. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.