

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки:
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины «Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.01.03 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 07.08.2014 г. № 949.

Разработчик: *кафедра математического анализа,*
Вагабов А.И., проф., д.ф.-м. н.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

На заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 г., протокол № 6.

Зав. кафедрой *А. Рамазанов* Рамазанов А.-Р.К.

На заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 10 марта 2017 г., протокол № 4.

Председатель *Меджидов* Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «*И*» *03* 2017 г. *Меджидов*

Рабочая программа дисциплины «Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО

по направлению подготовки 02.01.03 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 07.08.2014 г. № 949.

Разработчик: *кафедра математического анализа*,
Вагабов А.И., проф., д.ф.-м. н.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

На заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 г., протокол № 6.

Зав. кафедрой _____ Рамазанов А.-Р.К.

На заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 10 марта 2017 г., протокол № 4.

Председатель _____ Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «___» _____ 2017 г. _____

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел* входит в вариативную часть по выбору образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с непрерывными дробями, вопросами их сходимости, оценок скорости сходимости подходящих дробей и вопросами наилучших приближений вещественных чисел рациональными.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

общефессиональных – ОПК-1, ОПК-3;

профессиональных – ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						СРС	Форма промежуточной аттестации
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
8	144	30		30			48	36, экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Освоение основных понятий, связанных с теорией непрерывных дробей, и владение основными методами исследования задач с помощью непрерывных дробей для возможности применения в дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина *Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел* входит в вариативную часть по выбору образовательной программы по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки* (Б1.В.ДВ.8.3).

К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: математический анализ, теория чисел, комплексный анализ, функциональный анализ.

Дисциплина является основой для последующего изучения других дисциплин и прохождения практик.

Знания по данному курсу необходимы при работе над выпускной квалификационной работой и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<p>Знать: основные свойства подходящих дробей, признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей.</p> <p>Уметь: применять основные свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать квадратичные иррациональности в правильные непрерывные дроби.</p> <p>Владеть основными методами теории непрерывных дробей для возможности применения в будущей профессиональной деятельности.</p>
ОПК-3	Обладать способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<p>Знать фундаментальные теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.</p> <p>Уметь давать оценки наилучших приближений вещественных чисел рациональными дробями.</p> <p>Владеть навыками исследования скорости сходимости непрерывных дробей.</p>
ПК-1	Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.	<p>Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем теории непрерывных дробей.</p> <p>Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.</p> <p>Владеть классическими методами доказательства основных теорем теории непрерывных дробей.</p>

ПК-2	Обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать содержание важнейших разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби. Уметь применять основные свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории непрерывных дробей и ее применениях в прикладных задачах.
------	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (экзамен)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Подходящие дроби								
<i>Всего по модулю 1</i>	<i>8</i>		<i>10</i>	<i>10</i>			<i>16</i>	коллоквиум
1. Основные тождества			4	4				
2. Свойства подходящих дробей			6	6				
Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей								
<i>Всего по модулю 2</i>	<i>8</i>		<i>10</i>	<i>10</i>			<i>16</i>	коллоквиум
1. Теорема Зейделя			4	4				
2. Непрерывные дроби общего вида			6	6				
Модуль 3. Наилучшие приближения чисел								
<i>Всего по модулю 3</i>	<i>8</i>		<i>10</i>	<i>10</i>			<i>16</i>	коллоквиум

1. Приближение чисел			4	4				
2. Некоторые приложения			6	6				
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен	8							36
ИТОГО за семестр	8		30	30			48	36
ИТОГО								144

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Подходящие дроби

Тема 1. Основные тождества.

Непрерывные (цепные) дроби. Основные типы непрерывных дробей. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.

Тема 2. Свойства подходящих дробей.

Тождества для разности двух соседних подходящих дробей.

Тождества для разностей соседних подходящих дробей одинаковой четности.

Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей

Тема 1. Теорема Зейделя.

Признаки сходимости непрерывных дробей с положительными членами звеньев.

Теорема Зейделя и ее приложения.

Тема 2. Непрерывные дроби общего вида.

Тождественные преобразования непрерывных дробей.

Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.

Модуль 3. Наилучшие приближения чисел

Тема 1. Приближение чисел.

Правильные непрерывные дроби как аппарат приближения вещественных чисел рациональными. Наилучшие приближения вещественных чисел.

Тема 2. Некоторые приложения.

Приложения к построению календарей. Экономные системы счисления.
Некоторые обобщения непрерывных дробей.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Подходящие дроби

Тема 1. Основные тождества.

Непрерывные (цепные) дроби. Основные типы непрерывных дробей. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.

Тема 2. Свойства подходящих дробей.

Тождества для разности двух соседних подходящих дробей.

Тождества для разностей соседних подходящих дробей одинаковой четности.

Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей

Тема 1. Теорема Зейделя.

Признаки сходимости непрерывных дробей с положительными членами звеньев.

Теорема Зейделя и ее приложения.

Тема 2. Непрерывные дроби общего вида.

Тождественные преобразования непрерывных дробей.

Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.

Модуль 3. Наилучшие приближения чисел

Тема 1. Приближение чисел.

Правильные непрерывные дроби как аппарат приближения вещественных чисел рациональными. Наилучшие приближения вещественных чисел.

Тема 2. Некоторые приложения.

Приложения к построению календарей. Экономные системы счисления.

Некоторые обобщения непрерывных дробей.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Вагабов А.И. Вопросы наилучших приближений в области вещественных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2012.
2. Вагабов А.И. Асимптотические методы в решении задач теории чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2012.
3. Вагабов А.И. Теория, примеры и приложения сравнений первой степени. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Подходящие дроби</i>	
1. Основные тождества.	Доклад на тему: Типы непрерывных дробей.

2. Свойства подходящих дробей.	Доклад на тему: Промежуточные дроби.
Модуль 2. Сходимость непрерывных дробей	
1. Теорема Зейделя.	Доклад на тему: Сходимость С-дробей.
2. Непрерывные дроби общего вида.	Доклад на тему: Дроби Паде.
Модуль 3. Наилучшие приближения чисел	
1. Приближение чисел.	Доклад на тему: Рациональные приближения числа Π .
2. Некоторые приложения.	Доклад на тему: Экономные системы счисления.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК-1	Знать: основные свойства подходящих дробей, признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей. Уметь: применять основные свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать квадратичные иррациональности в правильные непрерывные дроби. Владеть основными методами теории непрерывных дробей для возможности применения в	Коллоквиум

	будущей профессиональной деятельности.	
ОПК-3	<p>Знать фундаментальные теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.</p> <p>Уметь давать оценки наилучших приближений вещественных чисел рациональными дробями.</p> <p>Владеть навыками исследования скорости сходимости непрерывных дробей.</p>	Коллоквиум
ПК-1	<p>Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем теории непрерывных дробей.</p> <p>Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.</p> <p>Владеть классическими методами доказательства основных теорем теории непрерывных дробей.</p>	Коллоквиум
ПК-2	<p>Знать содержание важнейших разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби.</p> <p>Уметь применять основные свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин.</p> <p>Владеть достаточной</p>	Коллоквиум

	информацией о современном уровне развития теории непрерывных дробей и ее применениях в прикладных задачах.	
--	--	--

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
по ро го вы й	Знать: основные свойства подходящих дробей, признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей.	Знает: некоторые свойства подходящих дробей, некоторые признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей.	Знает: различные свойства подходящих дробей, различные признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей.	Знает: основные свойства подходящих дробей, признаки сходимости обыкновенных непрерывных дробей.
ба зо вы й	Уметь: применять основные свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать квадратичные иррациональности в правильные непрерывные дроби. Владеть основными методами теории непрерывных дробей для возможности применения в будущей профессиональной	Умеет: применять некоторые свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать некоторые квадратичные иррациональности в правильные непрерывные дроби.	Умеет: применять различные свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать квадратичные иррациональности в	Умеет: применять основные свойства подходящих дробей для оценки скорости сходимости бесконечных непрерывных дробей; разлагать квадратичные иррациональности в

	деятельности.		правильные непрерывные дроби.	правильные непрерывные дроби.
--	---------------	--	-------------------------------------	-------------------------------------

ОПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
по ро го вы й	Знать фундаментальные теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.	Знает некоторые теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.	Знает различные теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.	Знает фундаментальные теоремы о свойствах подходящих дробей, о сходимости непрерывных дробей.
ба зо вы й	Уметь давать оценки наилучших приближений вещественных чисел рациональными дробями. Владеть навыками исследования скорости сходимости непрерывных дробей.	Умеет давать оценки наилучших приближений некоторых вещественных чисел рациональными дробями.	Умеет давать оценки наилучших приближений различных вещественных чисел рациональным и дробями.	Умеет давать оценки наилучших приближений вещественных чисел рациональным и дробями.

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области».

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
по ро го вы й	Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем теории непрерывных дробей.	Знает точные определения некоторых основных понятий и строгие формулировки основных теорем теории непрерывных	Знает точные определения различных основных понятий и строгие формулировки	Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем теории

		дробей.	основных теорем теории непрерывных дробей.	непрерывных дробей.
ба зо вы й	Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно следственные связи. Владеть классическими методами доказательства основных теорем теории непрерывных дробей. зи.	Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве некоторых теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно следственные связи.	Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве различных теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно следственные связи.	Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем о непрерывных дробях, строго соблюдая при этом причинно следственные связи.

ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики»

Ур ов ен ь	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
по ро го вы й	Знать содержание важнейших разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби.	Знает содержание некоторых разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби.	Знает содержание различных разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби.	Знает содержание важнейших разделов теории непрерывных дробей для применения в классических задачах математики и построения адекватных моделей естественнонаучных задач в форме некоторой непрерывной дроби.

ба зо вы й	Уметь применять основные свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории непрерывных дробей и ее применениях в прикладных задачах.	Умеет применять некоторые свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин.	Умеет применять различные свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин.	Умеет применять основные свойства непрерывных дробей в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин.
---------------------	---	---	---	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Основные типы непрерывных дробей. Основные тождества для числителей и знаменателей подходящих дробей.
2. Свойства подходящих дробей.
3. Теорема Зейделя.
4. Непрерывные дроби общего вида.
5. Достаточные условия сходимости непрерывных дробей общего вида.
6. Наилучшие приближения вещественных чисел.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из

текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. С.-Пб.: Лань, 2016.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. С.-Пб.: Лань, 2008.
3. Хинчин А.Я. Цепные дроби. М.-Л., 1978.

б) дополнительная литература:

1. Хованский А.Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. М.: Наука, 1966.
2. Вагабов А.И. Изучение важнейших функций теории чисел. Махачкала: Изд-во ДГУ, 2010.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ
<http://elib.dgu.ru>: <http://edu.icc.dgu.ru>:

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных

системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.