

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория устойчивости»

Кафедра

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

факультета

Математики и компьютерных наук

(наименование кафедры, обеспечивающей преподавание дисциплины)

01.03.01 Математика

(код и наименование направления/специальности)

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

наименование профиля подготовки

бакалавриат

(бакалавриат, специалитет, магистратура)

Очная

очная, очно-заочная (вечерняя) заочная)


Статус дисциплины: вариативная

(базовая, вариативная, вариативная по выбору)


Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: **Теория устойчивости**
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по
направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень
бакалавриат)
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент **Джабраилова Л.М.**

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6
Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением 30.03.2017 г.



Содержание

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	5
II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП БАКАЛАВРИАТА	5
III. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ).	5
4. ОБЪЕМ, СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.	6
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	8
6 . УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ	9
7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	10
8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	17
9. ИНТЕРНЕТ - РЕСУРСЫ.....	17
10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	18
11. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ.	18
12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	18

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Теория устойчивости" входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика** Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук, кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с дифференциальными уравнениями, системами дифференциальных уравнений, устойчивостью решений дифференциальных уравнений. Применяются в гидродинамике, в теории упругости, статике и динамике.

Дисциплину "Теория устойчивости" необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

Общекультурных:

– владение фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности (ОК-11)

Профессиональных: – умение строго доказать утверждение (ПК-4); – умение на основе анализа увидеть и скорректировать результат (ПК-5).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекций, практических занятий и самостоятельных работ.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольной работы и коллоквиума, промежуточного контроля в форме экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий.

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе								
	Контактная работа обучающихся с преподавателем								СРС, в том числе экзамен
	Всего	из них							
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
7	144	36		36			36+36=72	Экзамен	

I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины: Изучение вопросов устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП бакалавриата

Курс «Теория устойчивости» входит в блок специальных дисциплин, в базовую часть профессионального цикла. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами:

«Математический анализ»,

«Алгебра и геометрия»,

«Дифференциальные уравнения»,

«Математическая физика»,

«Функциональный анализ»

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: «Операторы Штурма -Лиувилля», «Качественная теория дифференциальных уравнений.»

Курс «Теория устойчивости» входит в блок специальных дисциплин по выбору (СД). Предполагается, что учащиеся освоили университетские курсы «Математического анализа», «Алгебры и геометрии», «Дифференциальных уравнений», «Математической физики», «Функционального анализа». Курс «Теория устойчивости» наиболее тесно связан со следующими спецкурсами для бакалавров: «Самосопряженные операторы», «Обобщенные функции и их приложения», «Качественная теория дифференциальных уравнений».

III. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК- 11	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности	Знать: дифференциальные уравнения и системы, определения устойчивости решений систем дифференциальных уравнений . Владеть: основными методами решения систем ДУ
ПК-4	Умением строго доказать утверждение	Знать: основные критерии устойчивости, основные теоремы, особые точки Владеть: основными методами определения устойчивости систем ДУ

ПК-5	Умением на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Знать: приложения теории устойчивости к решению задач механики, динамики и статики. Владеть: основными методами исследования решений систем ДУ
------	---	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 4, академических часов 144.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел Дисциплины	Всего	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лек	прак	Сам. р	Эк з	
1	Модуль 1. Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем	36	12	12	12		Контрольная работа
2	Модуль 2. Устойчивость линейных неоднородных дифференциальных Критерий Гурвица. Критерий Михайлова систем	36	12	12	12		Контрольная работа
3	Модуль 3. Устойчивость первому приближению	36	12	12	12		Коллоквиум
	экзамен	36				36	Экзамен
	Итого	144	36	36	36	36	Экзамен

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модули дисциплины, изучаемые в ___1,2___ семестре

№ модуля	Наименование модулей	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Вне-ауд. работа СР
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем	36	12	12		12
2	Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем	18	6	6		6
2	Критерий Гурвица. Критерий Михайлова	18	6	6		6
	Итого:	72	24	24		24

Модули дисциплины, изучаемые в ___3___ семестре

№ модуля	Наименование модулей	Количество часов				
		Всего	Аудиторная работа			Вне-ауд. работа СР
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Прямой метод Ляпунова	18	6	6		6
2	Устойчивость по первому приближению	18	6	6		6
	Итого:	36	12	12		12

4.3. Практические занятия

№ модуля	Наименование практических занятий	Кол-во часов
1	Тема 1. Экспоненциал матрицы	12
2	Тема 2. Интегральные неравенства	12
3	Тема 3. Устойчивость и неустойчивость линейных дифференциальных систем частного вида	12

4.5 . Самостоятельное изучение модулей дисциплины.

№ модуля	Темы/вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	Кол-во часов
1	Предварительные сведения теории дифференциальных уравнений. Критерий устойчивости линейных дифференциальных систем. Доказательство критерия Михайлова	20
2	Доказательства теорем прямого метода Ляпунова	16

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

По дисциплине «Теория устойчивости» учебным планом предусмотрено проведение занятий в интерактивной форме.

В соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС) реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью ООП, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин и определяется конкретным ФГОС (например, по программам бакалавриата они должны составлять не менее 20 процентов аудиторных занятий).

Внедрение интерактивных форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Теперь для преподавателя недостаточно быть компетентным в области своей специальности и передавать огромную базу знаний в аудитории, заполненной жаждущими познания студентами. И хотя новые взгляды на обучение не принимаются многими преподавателями, нельзя игнорировать данные многих исследований, подтверждающих, что использование активных подходов является наиболее эффективным путем, способствующим обучению студентов. Говоря

простым языком, студенты легче вникают, понимают и запоминают материал, который они изучали посредством активного вовлечения в учебный процесс. Исходя из этого, основные методические инновации связаны сегодня с применением именно интерактивных методов обучения.

В процессе обучения необходимо обращать внимание в первую очередь на те методы, при которых слушатели идентифицируют себя с учебным материалом, включаются в изучаемую ситуацию, побуждаются к активным действиям, переживают состояние успеха и соответственно мотивируют свое поведение. Всем этим требованиям в наибольшей степени отвечают интерактивные методы обучения.

Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная работа, ролевые игры, осуществляется работа с документами и различными источниками информации. Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля.

Ведущий преподаватель вместе с новыми знаниями ведет участников обучения к самостоятельному поиску. Активность преподавателя уступает место активности студентов, его задачей становится создание условий для их инициативы. Преподаватель отказывается от роли своеобразного фильтра, пропускающего через себя учебную информацию, и выполняет функцию помощника в работе, одного из источников информации. Поэтому интерактивное обучение призвано изначально использоваться в интенсивном обучении достаточно взрослых обучающихся.

В образовании сложились, утвердились и получили широкое распространение в общем три формы взаимодействия преподавателя и студентов, которые для наглядности представим схемами.

1. Пассивные методы
2. Активные методы
3. Интерактивные методы

Каждый из них имеет свои особенности.

6 . УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная домашняя работа студентов включает:

– изучение основной и дополнительной литературы по теме лекции, закрепление лекционного материала;

– выполнение письменных домашних заданий (задач, расчетов и пр.).

Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для домашней работы студентов, направленной на закрепление лекционного материала, представлен в рабочей программе дисциплины. Выполнение письменных домашних заданий осуществляется в виде конспектирования отдельных вопросов лекционного материала, составления аналитических обзоров и решения задач по указанию преподавателя из числа заданий, содержащихся в методических материалах по проведению практических занятий по дисциплине. В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной директории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: - индивидуальные консультации преподавателя (очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием программ Skype, Viber, а также возможностей социальных сетей);

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК -11	Знать: решения систем дифференциальных уравнений, критерии устойчивости, особые точки.	Устный опрос
ПК-4,	Уметь строго доказать теоремы на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Контрольная работа
ПК-4,ПК-5	Владеть: основными критериями определения устойчивости систем дифференциальных уравнений	Контрольная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-11 «фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся)	Оценочная шкала		
		Удовлетворител	Хорошо	Отлично

	должен продемонстрировать)	ьно		
Пороговый	Знать: решения систем дифференциальных уравнений, определять особые решения, критерии устойчивости, 1 и 2 метод Ляпунова	Демонстрирует слабое умение самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и источников литературы использовать в практической деятельности новые знания и умения	Может приобретать с помощью информационных технологий и источников литературы использовать в практической деятельности некоторые новые знания и умения	Может эффективно приобретать с помощью информационных технологий и источников литературы использовать в практической деятельности новые знания и умения

ПК-4 Умением строго доказать утверждение

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Уметь строго доказать теоремы Ляпунова, Четаева, Михайлова, критерии Раусса-Гурвица.	Имеет неполное представление о доказательстве теоремы и корректировки результата	Допускает неточности в процессе изложения доказательств теоремы и приведении примеров.	Демонстрирует четкое представление, готовность к адекватному применению полученных естественнонаучных знаний

ПК-5. Умением на основе анализа увидеть и корректировать результат.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
		ьно		

Пороговый	Владеть: основными методами применения теории устойчивости к решению прикладных задач	Имеет неполное представление об основных методах комплексного анализа	Допускает неточности в изложении и доказательства методов комплексного анализа.	Демонстрирует четкое представление, готовность к адекватному применению полученных знаний по комплексному анализу в других математических дисциплинах
-----------	---	---	---	---

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.

20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2 y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3 y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{2x+y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e+ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x+1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.
45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6; 15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5; 125]$.

50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}$.
51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.
54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.
55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.
56. Решить уравнение $y''' + y' = \cos x$.
57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы $x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2y$.

Примерный тест по дисциплине

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнения:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy'/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;

4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$; 3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$;

4) $(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5) $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$; 3)

$(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3)

$x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$; 5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4) $y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:

1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$; 5) $f(x, y) = 1 + x + y$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:

1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$; 5) $0,31 < d < 0,33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$; 5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка $(0, 0)$ системы является седлом:

1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

$$1) y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 2) y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 3) 2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 4) y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0;$$

$$5) \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

7.4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль успеваемости осуществляется посредством устного опроса и контрольных работ.

Примеры устных вопросов.

1. Укажите достаточные условия для существования в целом решения дифференциального уравнения.
2. Сформулируйте определения устойчивости, равномерной устойчивости и неустойчивости по Ляпунову решения нормальной системы.
3. Что такое присоединенный полином в критерии Гурвица?
4. Сформулировать критерий Гурвица.
5. Что такое годограф Михайлова?
6. Сформулировать критерий Гурвица.
7. Что такое матричное уравнение Ляпунова ?
8. Что такое функция Ляпунова ?
9. Сформулировать теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
10. Сформулировать теорему Четаева о неустойчивости.
11. Сформулировать теорему о критериях устойчивости по первому приближению.
12. Приведите пример системы, для которой имеет место случай Лапко-Данилевского?
13. Выпишите неравенство Важевского.

Экзаменационные вопросы

1. Основные понятия теории устойчивости.
2. Общие свойства решений линейных нормальных систем
3. Устойчивость линейных дифференциальных систем.
4. Критерий Гурвица.
5. Критерий Михайлова.
6. Характеристические показатели функций..
7. Достаточное условие асимптотической устойчивости линейной системы.

8. Неравенство Важевского.
9. Неравенство Ляпунова.
10. Приводимые системы. Теорема Еругина.
11. Функции Ляпунова.
12. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
13. Теорема Четаева о неустойчивости.
14. Критерий устойчивости по первому приближению.
15. Нормальные системы линейных ОДУ с высокочастотными коэффициентами. Замена Крылова–Боголюбова.
16. Устойчивость нормальных систем линейных ОДУ с высокочастотными слагаемыми.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Основная литература.

- 1) Б.П. Демидович. Лекции по математической теории устойчивости. М. Наука, 1967.
- 2) Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. ИЛ, 1954.
- 3) Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009.
- 4) Ляпунов А.М. Общая задача устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1966.
- 5) Ногин В.Д. Теория устойчивости движения. СПбГУ: ф-т ПМ-ПУ, 2008.

8.2. Дополнительная литература.

- 1) Четаев Н.Г. Устойчивость движения. Гостехиздат, 1955.
- 2) Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. Физматгиз, 1959
- 3) Левенштам В.Б. Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. Изд-во Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, 2008, 366стр. - Монография
- 4) До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с большим параметром в критическом случае // ЖВМ и МФ. 2011, т.51, №6. С.1043-1055.
- 5) До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с высокочастотными слагаемыми в критическом случае // Диф. уравн. .2012, т.48, №8. С.1190-1192.

9. ИНТЕРНЕТ - РЕСУРСЫ

1. Образовательный математический сайт «Экспонента»

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>

2. Мир математических уравнений

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>

3. Allmath.ru . Вся математика в одном месте!

<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>

4. Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для подготовки к практическим занятиям использовать учебное пособие :Ногин В.Д. Теория устойчивости движения. СПбГУ: ф-т ПМ-ПУ, 2008.

Подготовка к экзамену

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Ногин В.Д. Теория устойчивости движения. СПбГУ: ф-т ПМ-ПУ, 2008.

11. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Теория устойчивости», необходимы:

Системное программное обеспечение: ОС Windows 7, ОС Windows 8;

Прикладное программное обеспечение: MS Office 2007, Office 2010;

Сетевые приложения: электронная почта, поисковые системы Google, Yandex;

12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Для проведения лекционных занятий на факультете необходима аудитория на 35-45 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.