

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **Рабочая программа дисциплины**

### **Дополнительные главы математического анализа**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.04.01 Математика

Профили подготовки:  
Математический анализ  
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования  
магистратура

Форма обучения  
очная

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 17.08.2015 №827

Разработчик : кафедра математического анализа,

Алиев М.С., к.ф.-м.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

*На заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 года,  
Протокол №6*

Зав. кафедрой А. Рамазанов Рамазанов А.-Р. К.

*На заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 10 марта 2017 года, протокол №4.*

Председатель Меджидов Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «ИТ» 03 2017г. Ш

*Меджидов*

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *дополнительные главы математического анализа* входит в базовую часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией

интеграла и его приложений в различных областях математики и механики, с дифференциальными свойствами функций конечной вариации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

*общекультурных – ОК-1,*

*общепрофессиональных – ОПК-2,*

*профессиональных – ПК-1, ПК-3, ПК-4, ПК-6, ПК-12.*

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* свойства монотонных функций, функций ограниченной вариации; свойства различных видов интегралов (Римана, Лебега, Римана-Стилтьеса, Лебега-Стилтьеса);

*уметь:* находить или оценить вариацию функции; вычислять интегралы Стильеса; применять интегралы Стильеса в теории вероятностей, теории приближения функций, в механике;

*владеть:* методами теории функций действительного переменного для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
9	180	10		42			92+3	экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины дополнительные главы математического анализа являются:

- более углубленное изучение теории интеграла и его обобщений, освоение приложений интеграла в различных областях математики и механики;
- творческое овладение основными методами интегрального исчисления.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина *дополнительные главы математического анализа* входит в базовую часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение данной дисциплины предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать общий подход к построению интеграла по абстрактной мере и его различные реализации; Уметь давать сравнительный анализ разных понятий интегралов, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство интегрируемости; Владеть навыками подбора подходящего вида интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знать: различные виды интегралов; различные определения одного и того же вида интеграла; условия существования того или иного вида интеграла. Уметь: создавать модели явлений,

		<p>процессов и конструкций в форме того или другого вида интеграла. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов.</p>
ПК-1	<p>способностью к интенсивной научно-исследовательской работе</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в современном анализе. Уметь анализировать существование интегралов, давать двусторонние оценки интегралов, применять их в прикладных задачах. Владеть современными методами интегрального исчисления.</p>
ПК-3	<p>способностью публично представить собственные новые научные результаты</p>	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>
ПК-4	<p>способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач</p>	<p>Знать: важнейшие свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Уметь: получать двусторонние оценки для интегралов от элементарных функций; находить интегральные суммы; интегрировать функциональные ряды. Владеть: методами моделирования различных прикладных задач в форме ряда Тейлора или ряда Фурье с целью алгоритмического моделирования; методами оценок интегралов для применения их в моделях прикладных задач, связанных с приближенными вычислениями.</p>
ПК-6	<p>способностью к собственному</p>	<p>Знать: естественнонаучные задачи,</p>

	видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках	приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных наук. Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений интегрального исчисления. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов различных видов.
ПК-12	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики	Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Линейная мера Лебега</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	коллоквиум
1. Структура линейных множеств			1	4				
2. Мощность и мера множества			1	6				
<b>Модуль 2. Интегрирование по Лебегу</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>9</b>		<b>4</b>	<b>12</b>			<b>20</b>	коллоквиум, контрольная работа

1. Измеримые функции			2	4				
2. Различные определения интеграла по Лебегу			1	4				
3. Сравнение с интегралом по Риману			1	4				
<b>Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции			1	4				
2. Построение интеграла Римана-Стилтьеса			1	6				
<b>Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса</b>								
<b>Всего по модулю 4</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	коллоквиум
1. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса			1	4				
2. Приложения в теории аппроксимаций			1	6				
<b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>								
Экзамен								<b>36</b>
<b>ИТОГО за 9 семестр</b>			<b>10</b>	<b>42</b>			<b>92</b>	<b>36</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### **ЛЕКЦИИ**

##### **Модуль 1. Линейная мера Лебега**

Тема 1. Структура линейных множеств

Открытые и замкнутые множества. Канторовы совершенные множества.

Структура открытых и замкнутых множеств.

Тема 2. Мощность и мера множества

Сравнение множеств по мощности. Внешняя и внутренняя меры. Измеримые по Лебегу множества, их свойства.

##### **Модуль 2. Интегрирование по Лебегу**

Тема 3. Измеримые функции

Измеримые функции, их свойства.

Тема 4. Различные определения интеграла по Лебегу

Интеграл от ограниченной измеримой функции.

Суммируемые функции.

Тема 5. Сравнение с интегралом по Риману

Сравнительный анализ интегралов Лебега и Римана.

##### **Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса**

Тема 6. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции

Монотонные функции, их дифференциальные свойства. Функции конечной вариации, их свойства. Связь с монотонными функциями. Абсолютно непрерывные функции. Восстановление функции по ее производной.

Тема 7. Построение интеграла Римана-Стилтьеса

Определение и свойства интеграла Римана-Стилтьеса.

##### **Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса**

Тема 8. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса

Мера Лебега-Стилтьеса. Интеграл Лебега-Стилтьеса, некоторые свойства.

Тема 9. Приложения в теории аппроксимаций

Системы функций Чебышева и их свойства. Системы функций Маркова и их свойства. Представление систем Маркова при помощи интеграла Стилтьеса.

#### **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

##### **Модуль 1. Линейная мера Лебега**

Тема 1. Структура линейных множеств

Канторовы совершенные множества. Канторова лестница.

Структура открытых и замкнутых множеств.

Тема 2. Мощность и мера множества

Счетные и несчетные множества, их свойства. Измеримые по Лебегу множества. Вычисление мер некоторых линейных множеств.

##### **Модуль 2. Интегрирование по Лебегу**

Тема 3. Измеримые функции



Классы измеримых функций.

Тема 4. Различные определения интеграла по Лебегу

Исследование интегралов на сходимость. Оценки интегралов.

Тема 5. Сравнение с интегралом по Риману

Сравнение интегралов от ограниченных функций. Вычисление интеграла Лебега. Сравнение несобственных интегралов.

**Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса**

Тема 6. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции  
Оценки вариаций функций. Абсолютно непрерывные функции.

Восстановление функции по ее производной.

Тема 7. Построение интеграла Римана-Стилтьеса

Методы вычисления интеграла Римана-Стилтьеса.

**Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса**

Тема 8. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса

Интеграл Лебега-Стилтьеса. Сведение к интегралу Лебега.

Тема 9. Приложения в теории аппроксимаций

Системы функций Чебышева и их свойства. Представление систем Маркова при помощи интеграла Стилтьеса.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

1. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. М.:Просвещение, 2011
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПУ ДГУ, 2000г.

### **Перечень вопросов для самостоятельной работы**

1. Структура открытого и замкнутого множеств на числовой оси.
2. Счетные, несчетные множества.

3. Канторово совершенное множество.
4. Монотонные функции и их свойства.
5. Канторова «лестница».
6. Функции ограниченной вариации.
7. Представление функций ОВ в виде разности монотонных функций.
8. Интеграл Римана-Стилтьеса. Классы интегрируемых функций.
9. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса.
10. Абсолютно непрерывные функции.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Структура абсолютно непрерывных функций.

### Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b><i>Модуль 1. Линейная мера Лебега</i></b>	
1. Структура линейных множеств	Доклад на тему: «Канторовы совершенные множества»
2. Мощност и мера множества	Доклад на тему: «Канторовы множества положительной меры»
<b><i>Модуль 2. Интегрирование по Лебегу</i></b>	
1. Измеримые функции	Доклад на тему: «Классы измеримых функций»
2. Различные определения интеграла по Лебегу	Доклад на тему: «Определение интеграла Лебега через простые функции»
3. Сравнение с интегралом по Риману	Доклад на тему: «Сравнение несобственных интегралов Римана и Лебега»
<b><i>Модуль 3. Интеграл Римана-Стилтьеса</i></b>	
1. Функции конечной вариации и абсолютно непрерывные функции	Доклад на тему: «Эквивалентные определения абсолютно непрерывных функций»
2. Построение интеграла Римана-Стилтьеса	Доклад на тему: «Достаточные условия существования интеграла Римана-Стилтьеса»
<b><i>Модуль 4. Интеграл Лебега-Стилтьеса</i></b>	
1. Понятие интеграла Лебега-Стилтьеса	Доклад на тему: «Сведение интеграла Лебега-Стилтьеса к интегралу Лебега»
2. Приложения в теории аппроксимаций	Доклад на тему: «Системы функций Чебышева и Маркова»

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК-1	Знать общий подход к построению интеграла по абстрактной мере и его различные реализации;. Уметь давать сравнительный анализ разных понятий интегралов, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство интегрируемости; Владеть навыками подбора подходящего вида интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-2	Знать: различные виды интегралов; различные определения одного и того же вида интеграла; условия существования того или иного вида интеграла. Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида интеграла. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-1	Знать определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

	<p>современном анализе.  Уметь анализировать существование интегралов, давать двусторонние оценки интегралов, применять их в прикладных задачах.  Владеть современными методами интегрального исчисления.</p>	
ПК-3	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега.  Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.  Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Коллоквиум,  контрольная работа,  экзамен</p>
ПК-4	<p>Знать: важнейшие свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Уметь: получать двусторонние оценки для интегралов от элементарных функций; находить интегральные суммы; интегрировать функциональные ряды.  Владеть: методами моделирования различных прикладных задач в форме ряда Тейлора или ряда Фурье с целью алгоритмического моделирования; методами</p>	<p>Коллоквиум,  контрольная работа,  экзамен</p>

	оценок интегралов для применения их в моделях прикладных задач, связанных с приближенными вычислениями.	
ПК-6	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных науках.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений интегрального исчисления.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов различных видов.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-12	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

## ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать общий подход к построению интеграла по абстрактной мере и его различные реализации.. Уметь давать сравнительный анализ разных понятий интегралов, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство интегрируемости. Владеть навыками подбора подходящего вида интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Допускает ошибки при построении интеграла по абстрактной мере и его различных реализаций. Допускает ошибки, когда дает сравнительный анализ разных понятий интегралов, находит их сходственные черты или подбирает подходящий вид интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Допускает неточности в общем подходе к построению интеграла по абстрактной мере и его различных реализациях.. Умеет давать определенный сравнительный анализ разных понятий интегралов, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство интегрируемости и. Владеть определенными навыками подбора подходящего вида интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Знает общий подход к построению интеграла по абстрактной мере и его различные реализации.. Умеет давать сравнительный анализ разных понятий интегралов, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство интегрируемости; Владеет навыками подбора подходящего вида интеграла для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: различные виды интегралов; различные определения одного и того же вида интеграла; условия существования того или иного вида интеграла.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида интеграла.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов.</p>	<p>Знает: некоторые виды интегралов; условия существования некоторых интегралов.</p> <p>Допускает ошибки при создании моделей явлений, процессов и конструкций в форме интеграла.</p>	<p>Знает: различные виды интегралов; различные определения одного и того же вида интеграла; условия существования некоторых интегралов.</p> <p>Допускает неточности при построении модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида интеграла.</p> <p>Владеет различными методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов.</p>	<p>Знает: различные виды интегралов; различные определения одного и того же вида интеграла; условия существования того или иного вида интеграла.</p> <p>Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида интеграла.</p> <p>Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов.</p>

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать существование интегралов, давать двусторонние оценки интегралов, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами интегрального исчисления.</p>	<p>Слабо знает определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в современном анализе.</p> <p>Допускает ошибки при анализе существования интегралов, при оценке интегралов, применении их в прикладных задачах.</p>	<p>Знает определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в современном анализе.</p> <p>Допускает неточности при анализе существования интегралов, оценке интегралов, применении их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть различными методами интегрального исчисления.</p>	<p>Знает определения и важнейшие свойства основных видов интегралов, применяемых в современном анализе.</p> <p>Умеет анализировать существование интегралов, давать двусторонние оценки интегралов, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеет современными методами интегрального исчисления.</p>
-----------	---	--	---	---

### ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью публично представить собственные новые научные результаты»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично



Пороговый	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега.</p> <p>Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов</p>	<p>Допускает ошибки в формулировках основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега.</p> <p>Допускает ошибки при анализе условий теорем интегрального исчисления.</p> <p>Владеет некоторой информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов</p>	<p>Знает формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега.</p> <p>Допускает неточности при анализе условий некоторых теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическим и утверждениями.</p> <p>Владеет достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов</p>	<p>Знает формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла Лебега.</p> <p>Умеет доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическим и утверждениями.</p> <p>Владеет достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов</p>
-----------	---	--	--	--

#### ПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»

У	Показатели	Оценочная шкала
---	------------	-----------------

	(что обучающийся должен продемонстрировать)	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: важнейшие свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Уметь: получать двусторонние оценки для интегралов от элементарных функций; находить интегральные суммы; интегрировать функциональные ряды. Владеть: методами моделирования различных прикладных задач в форме ряда Тейлора или ряда Фурье с целью алгоритмического моделирования; методами оценок интегралов для применения их в моделях прикладных задач, связанных с приближенными вычислениями.</p>	<p>Знает: некоторые свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Допускает ошибки при оценке интегралов от элементарных функций, нахождении интегральных сумм; интегрировании функциональных рядов.</p>	<p>Знает: важнейшие свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Допускает неточности при оценке интегралов от элементарных функций; умеет находить интегральные суммы; интегрировать функциональные ряды. Владеет некоторыми: методами моделирования различных прикладных задач в форме ряда Тейлора или ряда Фурье с целью алгоритмического моделирования; методами оценок интегралов для применения их в моделях прикладных задач, связанных с приближенными вычислениями.</p>	<p>Знает: важнейшие свойства интегралов, в том числе, их свойства, связанные с неравенствами и теоремы о среднем интегрального исчисления. Умеет: получать двусторонние оценки для интегралов от элементарных функций; находить интегральные суммы; интегрировать функциональные ряды. Владеет: методами моделирования различных прикладных задач в форме ряда Тейлора или ряда Фурье с целью алгоритмического моделирования; методами оценок интегралов для применения их в моделях прикладных задач, связанных с приближенными вычислениями.</p>

ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных науках.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений интегрального исчисления.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов различных видов.</p>	<p>Знает некоторые: естественнонаучные задачи, приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных науках.</p> <p>Допускает ошибки в естественнонаучных интерпретациях основных положений интегрального исчисления.</p>	<p>Знает: естественнонаучные задачи, приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных науках.</p> <p>Умеет: давать естественнонаучную интерпретацию различных положений интегрального исчисления.</p> <p>Владеет в определенной степени методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов различных видов.</p>	<p>Знает: естественнонаучные задачи, приводящие к понятиям интегралов различных видов; приложения основных положений интегрального исчисления в других разделах математики и естественных науках.</p> <p>Умеет: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений интегрального исчисления.</p> <p>Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов различных видов.</p>

ПК-12

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики»

У	Показатели	Оценочная шкала
---	------------	-----------------

	(что обучающийся должен продемонстрировать)	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.</p>	<p>Слабо знает курс математического анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Допускает ошибки в оценке объема материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; в связях между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Слабо владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеет в определенной степени методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.</p>	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела интегрального исчисления.</p>

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Монотонные функции.
2. Дифференцирование монотонных функций.
3. Функции ограниченной вариации.
4. Свойства функций ограниченной вариации.
5. Классы функций ограниченной вариации.
6. Непрерывные функции ограниченной вариации.
7. Представление функции ограниченной вариации в виде разности двух монотонных функций.
8. Абсолютно непрерывные функции.
9. Сингулярные функции.
10. Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства.
11. Существование интеграла Стильеса.
12. Интегрирование по частям в интеграле Стильеса.
13. Вычисление интеграла Стильеса.
14. Приложения интеграла Стильеса в механике.
15. Спрямоугольные кривые. Криволинейные интегралы 2 рода.
16. Мера Лебега-Стилтьеса.
17. Интеграл Лебега-Стилтьеса.
18. Системы функций Чебышева и их свойства.
19. Системы функций Маркова и их свойства.
20. Представление систем Маркова при помощи интеграла Стильеса.

#### Примерные контрольные работы

##### №1

1. Доказать, что если  $f(x)$  - монотонная функция, удовлетворяющая равенству  $f(x) + f(y) = f(x + y)$  для всех  $x, y$  и  $f(1) = a$ , то  $f(x) = ax$ .
2. Найти вариацию функции на  $[0, 2]$ , если  $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{при } x < 1, \\ 10 & \text{при } x = 1, \\ x^2 & \text{при } x > 1. \end{cases}$
3. Доказать, что функция  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0. \end{cases}$  имеет неограниченную вариацию на  $\left[0, \frac{2}{\pi}\right]$ .
4. Доказать, что если  $f(x)$  удовлетворяет условию Липшица на  $[a, b]$ , то она имеет ограниченную вариацию.

5. Представить функцию  $f(x) = \cos x$  на  $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  в виде разности двух монотонных функций.

## №2

1. Вывести формулу интегрирования по частям для интеграла Стильтьеса.

2. Вычислить  $\int_0^3 x^3 df(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 3 & \text{при } 1 < x < 2, \\ -4 & \text{при } 2 \leq x < 3, \\ 2 & \text{при } x = 3. \end{cases}$

3. Вычислить  $\int_{-1}^4 x^2 df(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{при } -1 \leq x < 0, \\ 10 & \text{при } x = 0, \\ \sin x & \text{при } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 2 - x & \text{при } x = \frac{\pi}{2}, \\ x^2 - 4 & \text{при } \frac{\pi}{2} < x < 4, \\ 3 & \text{при } x = 4. \end{cases}$

4. Доказать, что кривая  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0. \end{cases}$  непрямолинейна на  $[0, 1]$ .

5. Вычислить интеграл Лебега-Стилтьеса  $\int_0^1 f(x) d(x^3)$ , если

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{для иррациональных чисел, больших, чем } \frac{1}{3}, \\ x^3 & \text{для иррациональных чисел, меньших, чем } \frac{1}{3}, \\ 0 & \text{в рациональных точках.} \end{cases}$$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### *а) основная литература*

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.
2. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. Москва, «Просвещение» 2011г.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т-3 - М: Наука, 2008.

### *б) дополнительная литература*

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – ч.2, «Высшая школа», 2005.
2. Крейн А.А., Нудельман. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи. М.: Наука, 2003.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов В.Х. Математический анализ. - М.: Наука, 1979.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функции и функционального анализа. М.: Наука, 2011.
5. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа. М.: Наука, 1968.
6. Шилов Г.Е. Математический анализ. Специальный курс. М.: ГИФМЛ, 2016
7. Рамазанов А.-Р.К., Магомедова В.Г. Мера и интеграл Лебега в курсе математического анализа. М.: ИПЦ ДГУ, 2010.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ  
<http://elib.dgu.ru>:  
<http://edu.icc.dgu.ru>:

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дополнительным главам математического анализа распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дополнительным главам математического анализа рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.



## **12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины теория интерполирования. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.