

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория вероятностей и математическая статистика**  
Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук

**Образовательная программа**  
*01.03.02 - Прикладная математика и информатика*

Профиль подготовки  
**Математическое моделирование**

Уровень высшего образования  
*Бакалавриат*

Форма обучения  
*Очная*

Статус дисциплины: *Базовый*

Махачкала, 2017

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от «12» марта 2015 г. №228.

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики, Назаралиев М.А., д. ф.-м. н., профессор;
2. кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017 г.,  
протокол №7

И. о. зав. кафедрой Ридич Кадиев Р.И.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017 г., протокол №4

/ Председатель Меджидов Меджидов З.Г.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«14» 03 2017 г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с классической теорией вероятностей и современным аксиоматическим подходом. Учитывая важность численных методов статистического моделирования, даются (вне гос. стандарта) также основы моделирования на ЭВМ случайных величин и некоторых процессов, в частности, процессов переноса, процессов массового обслуживания, моделирования надежности сложных технических систем, а также основы методов Монте-Карло..

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-4; профессиональных – ПК-1, ПК-2, ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц (288 академических часах), в том числе по видам учебных занятий

| Семес<br>тр | Учебные занятия                                |                      |                      |     |              |  | СРС,<br>в том<br>числе<br>экзамен | Форма<br>промежуточной<br>аттестации (зачет,<br>дифференцирован<br>ный зачет,<br>экзамен |
|-------------|--|----------------------|----------------------|-----|--------------|--|-----------------------------------|--|
|             | в том числе                                    |                      |                      |     |              |  |                                   |  |
|             | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                      |                      |     |              |  |                                   |  |
|             | Всего  | из них               |                      |     |              |  |                                   |  |
| Лекции      |  | Лабораторные занятия | Практические занятия | КСР | консультации |  |                                   |  |
| 4           | 144  | 30                   |                      | 30  |              |  | 84                                | экзамен  |
| 5           | 144  | 34                   | 18                   | 18  |              |  | 74                                | экзамен  |
| ИТОГО       | 288  | 64                   | 18                   | 48  |              |  | 158                               |  |

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Теория вероятностей и математическая статистика» - получение базовых знаний и формирование основных навыков по теории вероятностей, необходимых для решения задач. Развитие понятийной теоретико-вероятностной базы и формирование уровня математической подготовки, необходимых для понимания основ математической статистики и её применения.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» вводится после изучения дисциплин алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

| Компетенции | Формулировка компетенции из ФГОС ВО   | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)                  |
|-------------|---|--|
| ОПК-1       | способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой                               | <b>Уметь:</b> использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и математической статистики |
| ОПК-4       | способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований | <b>Уметь:</b> применять нестандартные подходы к решению задач теории вероятностей и математической статистики  |

|             |   |   |
|-------------|---|---|
|             | информационной безопасности   |   |
| <b>ПК-1</b> | способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям | <b>Знать:</b> фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы исчисления вероятностей;<br><b>Уметь:</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии;<br><b>Владеть:</b> методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ  |
| <b>ПК-2</b> | способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат  | <b>Знать:</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;<br><b>Уметь:</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями;<br><b>Владеть:</b> навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов |
| <b>ПК-3</b> | способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности                                       | <b>Знать:</b> основные задачи математической статистики, основы теорий оценивания и проверки статистических гипотез, теории корреляционного и регрессионного анализа;<br><b>Уметь:</b> доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые;<br><b>Владеть:</b> основами численного статистического моделирования  |

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

| №  | Раздел дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) |                      |                  |           |                       |           | Общ. тр   | Формы текущего контроля успеваемости и (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|--|---|---------|-----------------|--|----------------------|------------------|-----------|-----------------------|-----------|---|--|
|  |   |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лаборат. занятия | Сам. раб  | Подготовка к экзамену |           |   |  |
| <b>МОДУЛЬ 1: Основы теории вероятностей</b>                                  |   |         |                 | <b>10</b>  | <b>10</b>            |                  | <b>16</b> |                       | <b>36</b> |   |  |
| 1  | Элементы теории множеств. Комбинаторика                                     | 4       | 1               | 2  | 2                    |                  | 2         |                       | 6         | Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала<br>---<br>Контрольная работа<br>Коллоквиум |  |
| 2  | Классическая теория вероятностей. Основные формулы исчисления вероятностей. | 4       | 2-4             | 6  | 6                    |                  | 10        |                       | 22        |   |  |
| 3  | Аксиоматика теории вероятностей.  | 4       | 5               | 2  | 2                    |                  | 4         |                       | 8         |   |  |
| <b>МОДУЛЬ 2: Случайные величины</b>  |   |         |                 | <b>10</b>  | <b>10</b>            |                  | <b>16</b> |                       | <b>36</b> |   |  |
| 4  | Определения. Функция распределения случайной величины                       | 4       | 6               | 2  | 2                    |                  | 4         |                       | 8         | ---   |  |
| 5  | Числовые характеристики случайных величин                                   | 4       | 7-8             | 4  | 4                    |                  | 6         |                       | 14        | ---   |  |
| 6  | Характеристическая функция случайных величин                                | 4       | 9-10            | 4  | 4                    |                  | 6         |                       | 14        | ---   |  |
| <b>МОДУЛЬ 3: Предельные теоремы теории вероятностей. Метод Монте – Карло</b> |   |         |                 | <b>10</b>  | <b>10</b>            |                  | <b>16</b> |                       | <b>36</b> | ---   |  |
| 7  | Закон больших   | 4       | 11-12           | 4  | 4                    |                  | 4         |                       | 12        | ---   |  |

|    |   |          |       |           |           |          |           |           |            |     |
|----|---|----------|-------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|------------|-----|
|    | чисел   |          |       |           |           |          |           |           |            |     |
| 8  | Центральная предельная теорема.   | 4        | 13-14 | 4         | 2         |          | 6         |           | 12         |     |
| 9  | Метод Монте – Карло   | 4        | 15    | 2         | 4         |          | 6         |           | 12         |     |
| 10 | <b>МОДУЛЬ 4:</b><br>Подготовка к экзамену   | 4        |       |           |           |          |           | 36        | 36         |     |
|    | <b>Итого по семестру:</b>   | <b>4</b> |       | <b>30</b> | <b>30</b> |          | <b>48</b> | <b>36</b> | <b>144</b> |     |
|    | <b>МОДУЛЬ 5: Статистическая оценка неизвестных параметров распределений</b>           |          |       | <b>12</b> | <b>6</b>  | <b>6</b> | <b>12</b> |           | <b>36</b>  |     |
| 11 | Введение в математическую статистику. Выборка и ее характеристики. Распределения.     | 5        | 1     | 2         | 2         |          | 4         |           | 8          |     |
| 12 | Точечная оценка. Свойства оценок  | 5        | 2-3   | 4         | 2         | 4        | 4         |           | 14         |     |
| 13 | Интервальная оценка   | <b>5</b> | 4-6   | 6         | 2         | 2        | 4         |           | 14         | --- |
|    | <b>МОДУЛЬ 6: Теория проверки статистических гипотез</b>                               |          |       | <b>12</b> | <b>6</b>  | <b>6</b> | <b>12</b> |           | <b>36</b>  |     |
| 14 | Постановка задачи проверки гипотез. Общие принципы проверки гипотез. Виды гипотез.    | <b>5</b> | 7     | 2         | 2         |          | 4         |           | 8          |     |
| 15 | Проверка гипотез о неизвестных параметрах распределений                               | <b>5</b> | 8-10  | 6         | 2         | 4        | 4         |           | 16         |     |
| 16 | Проверка гипотез о неизвестных распределениях   | <b>5</b> | 11-12 | 4         | 2         | 2        | 4         |           | 12         |     |
|    | <b>МОДУЛЬ 7: Корреляционный и регрессионный анализ. Теория массового обслуживания</b> |          |       | <b>10</b> | <b>6</b>  | <b>6</b> | <b>14</b> |           | <b>36</b>  |     |
| 17 | Основы корреляционного анализа  | <b>5</b> | 13-14 | 4         | 2         | 2        | 4         |           | 12         |     |
| 18 | Основы регрессионного анализа   | <b>5</b> | 15-16 | 4         | 2         | 2        | 6         |           | 14         |     |

|    |  |     |    |    |    |    |    |    |     |  |
|----|--|-----|----|----|----|----|----|----|-----|--|
| 19 | Системы массового обслуживания                   | 5   | 17 | 2  | 2  | 2  | 4  |    | 10  |  |
| 20 | <b>МОДУЛЬ 8:</b><br><i>Подготовка к экзамену</i> | 5   |    |    |    |    |    | 36 | 36  |  |
|    | <b>Итого по семестру:</b>                        | 5   |    | 34 | 18 | 18 | 38 | 36 | 144 |  |
|    | <b>ИТОГО по дисциплине:</b>                      | 4-5 |    | 64 | 48 | 18 |    | 72 | 288 |  |

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

| №      | Наименования модулей   | Кол-во часов |
|--------|--|--------------|
| 1      | <b>Модуль 1. Основы теории вероятностей</b>  |              |
|        | <b>Лекции</b>  | <b>10</b>    |
| 1.1 лк | Предмет теории вероятностей. История развития. Теория вероятностей, как важнейший раздел математики. Различные подходы к определению вероятности. Комбинаторика. События и действия над ними. Примеры. | 2            |
| 1.2 лк | Аксиоматический подход к теории вероятностей. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Примеры: схема равновероятных исходов, геометрические вероятности.                                     | 2            |
| 1.3 лк | Условная вероятность. Теорема умножения. Формулы полной вероятности и Байеса. Независимость случайных событий.   | 2            |
| 1.4 лк | Испытания Бернулли. Биномиальное распределение. Теоремы Лапласа и Пуассона.  | 2            |
| 1.5 лк | Приближенные формулы для оценки вероятности $P_n(k)$ . Закон больших чисел в форме Бернулли.   | 2            |
|        | <b>Практические занятия</b>  | <b>10</b>    |



|         |  |           |
|---------|--|-----------|
| 1.1 пр  | События, операции над событиями. Классическое определение вероятности.   | 2         |
| 1.2 пр  | Непосредственный подсчет вероятностей. Комбинаторика   | 2         |
| 1.3 пр  | Геометрические вероятности.  | 2         |
| 1.4 пр  | Сложение и умножение вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Независимость случайных событий. Условная вероятность.   | 2         |
| 1.5 пр  | Схема Бернулли. Последовательность независимых испытаний. Биномиальное и полиномиальное распределения. Использование производящей функции. Приближенные формулы Лапласа и Пуассона.                                | 2         |
| 2       | <b>Модуль 2. Случайные величины</b>  |           |
|         | <b>Лекции</b>  | <b>10</b> |
| 2.1 лк. | Случайные величины и их распределения. Дискретный и непрерывный типы распределений. Функция распределения и плотность распределения, их свойства. Примеры дискретных и непрерывных случайных величин.              | 2         |
| 2.2 лк  | Многомерные случайные величины и их распределения. Функции распределения суммы и частного двух случайных величин. Распределение суммы двух нормальных случайных величин.   | 2         |
| 2.3 лк  | Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Определения. Формулы расчета. Вычисление математического ожидания и дисперсии основных дискретных и непрерывных случайных величин. | 2         |
| 2.4 лк  | Свойства математического ожидания и дисперсии. Расчеты   | 2         |

|        |   |           |
|--------|---|-----------|
|        | $M^\xi$ и $D^\xi$ , основанные на этих свойствах. Смешанные моменты. Корреляция. Корреляционная матрица и коэффициент корреляции. Примеры.  |           |
| 2.5 лк | Условные законы распределения. Условное математическое ожидание. Понятие регрессии. Характеристические функции и их свойства. Связь с моментами. Примеры. Производящие функции. Формула обращения и теорема единственности. Характеристические функции многомерных случайных величин. | 2         |
|        | <b>Практические занятия</b>   | <b>10</b> |
| 2.1 пр | Случайные величины и их распределения. Дискретный и непрерывный типы распределений. Функция распределения и плотность распределения, их свойства. Примеры дискретных и непрерывных случайных величин.   | 2         |
| 2.2 пр | Функция распределения и плотность распределения, их свойства. Ряд распределения   | 2         |
| 2.3 пр | Нормальные, показательные и равномерные распределения.  | 2         |
| 2.4 пр | Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Определения. Формулы расчета. Вычисление математического ожидания и дисперсии основных дискретных и непрерывных случайных величин.  | 2         |
| 2.5 пр | Характеристические функции основных дискретных и непрерывных распределений. Вычисление моментов с помощью характеристической функции.   | 2         |
|        | <b>Модуль 3. Предельные теоремы теории вероятностей.<br/>Метод Монте – Карло.</b>   |           |

|        |  |           |
|--------|--|-----------|
|        | <b>Лекции</b>  | <b>10</b> |
| 3.1 лк | Закон больших чисел и массовые явления. Закон больших чисел в форме Чебышева. Неравенство Чебышева.  | 2         |
| 3.2 лк | Теорема Бернулли и Пуассона. Понятие об усиленном законе больших чисел   | 2         |
| 3.3 лк | Центральная предельная теорема. Классическое определение центральной предельной теоремы.   | 2         |
| 3.4 лк | Правило трех сигм  | 2         |
| 3.5 лк | Моделирование случайных величин и процессов. Метод Монте – Карло.  | 2         |
|        | <b>Практические занятия</b>  | <b>10</b> |
| 3.1 пр | Неравенство Чебышева.  | 2         |
| 3.2 пр | Закон больших чисел.   | 2         |
| 3.3 пр | Центральная предельная теорема.  | 4         |
| 3.3 пр | Моделирование случайных величин и процессов. Метод Монте – Карло.  | 2         |
|        | <b>Модуль 4: Подготовка к экзамену</b>   | <b>36</b> |
| 5      | <b>Модуль 5. Статистическая оценка неизвестных параметров распределений.</b>   |           |
|        | <b>Лекции</b>  | <b>12</b> |
| 5.1 лк | Основные понятия и элементы выборочной теории. Статистические ряды. Эмпирическая функция распределения. Выборочные моменты.  | 2         |
| 5.2 лк | Основные статистические распределения: $\chi^2$ , $t$ F и их характеристики. Распределение некоторых выборочных статистик, связанных с основными статистическими распределениями и нормальным законом распределения. | 2         |

|        |   |          |
|--------|---|----------|
| 5.3 лк | Задача оценивания параметров. Постановка задачи. Оценки и их свойства. Функция правдоподобия. Информационное количество Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.  | 2        |
| 5.4 лк | Достаточные статистики. Критерий факторизации. Теорема Колмогорова – Блекуэлла. Методы оценивания параметров. Метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод минимума $\chi^2$ .  | 2        |
| 5.5 лк | Интервальное оценивание параметров. Постановка задачи. Доверительные интервалы для параметров нормального закона распределения. $N(m, \sigma)$ .  | 2        |
| 5.6 лк | Интервальное оценивание параметров распределений отличных, от нормального закона распределения.   | 2        |
|        | <b>Практические занятия</b>   | <b>6</b> |
| 5.1 пр | Составить статистические ряды по данной выборке и вычислить статистические характеристики $\bar{X}, S^2$ , моменты, составить эмпирическую функцию распределения. Построить полигон, гистограмму. Вычислить параметры ( М.О., Дисперсию) основных статистических распределений. | 2        |
| 5.2 пр | Проверить статистические свойства $\bar{X}, S^2$ . Определить информационное количество Фишера, содержащееся в выборке относительно параметров распределений Бернулли, Пуассона. Нормального закона распределений.  | 2        |
| 5.3 пр | Оценить параметры различных распределений. Проверить их эффективность. Решение задачи на построение доверительных интервалов для параметров не известных распределений  | 2        |

|        |   |           |
|--------|---|-----------|
| 6.     | <b>Модуль 6. Теория проверки статистических гипотез.</b>  |           |
|        | <b>Лекции</b>   | <b>12</b> |
| 6.1 лк | Постановка задачи. Примеры статистических гипотез. Общие принципы проверки статистических гипотез.                                  | 2         |
| 6.2 лк | Критерии значимости и согласия: $\chi^2$ - критерий, критерии Колмогорова и Смирнова.   | 2         |
| 6.3 лк | Параметрические гипотезы. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана – Пирсона. Примеры применения.                            | 2         |
| 6.4 лк | Последовательный критерий отношения правдоподобия (критерий Вальда) и его свойства.   | 2         |
| 6.5 лк | Критерии однородности.  | 2         |
| 6.6 лк | Критерии независимости, случайности.  | 2         |
|        | <b>Практические занятия</b>   | <b>6</b>  |
| 6.1 пр | Примеры гипотез о типе закона распределения с применением критерий $\chi^2$ и Колмогорова.  | 2         |
| 6.2 пр | Примеры проверки параметрических гипотез.   | 2         |
| 6.3 пр | По данной взаимозависимости и двух случайных величин вычислить коэффициент корреляции и построить эмпирическое уравнение регрессии. | 2         |
| 7      | <b>Модуль 7: Корреляционный и регрессионный анализ.<br/>Теория массового обслуживания</b>   |           |
|        | <b>Лекции</b>   | <b>10</b> |
| 7.1 лк | Корреляционный анализ. Задачи корреляционного анализа, выборочный коэффициент корреляции, его свойства, и вычисления.               | 2         |
| 7.2 лк | Регрессионный анализ.   | 2         |
| 7.3 лк | Уравнения линейной регрессии, оценивание параметров   | 2         |

|        |   |           |
|--------|---|-----------|
|        | регрессии. М.Н.К.   |           |
| 7.4 лк | Однофакторный дисперсионный анализ.   | 2         |
| 7.5 лк | Системы массового обслуживания.   | 2         |
|        | <b>Практические занятия</b>   | <b>6</b>  |
| 7.1 пр | Примеры гипотез о типе закона распределения с применением критерий $\chi^2$ и Колмогорова.  | 2         |
| 7.2 пр | Примеры проверки параметрических гипотез.   | 2         |
| 7.3 пр | По данной взаимозависимости и двух случайных величин вычислить коэффициент корреляции и построить эмпирическое уравнение регрессии. | 2         |
|        | <b>Модуль 8: Подготовка к экзамену</b>  | <b>36</b> |

**Лабораторные работы**  
**Модуль 5. Статистическая оценка неизвестных параметров распределений**

| N      | Задание   | Кол-во часов | Порядок сдачи  |
|--------|---|--------------|--|
| 5.1 лб | <p><b>Выборка и ее характеристики.</b></p> <p>С помощью моделирующей формулы получить на ПЭВМ выборку из показательного и нормального распределений объема <math>n</math> (параметр <math>\lambda</math> разный: несколько вариантов). Построить характеристики этой выборки: эмпирическую функцию распределения, <math>\bar{x}, S^2</math>. Сравнить с соответствующими характеристиками</p> | 4            | <p>Описание алгоритма, программа, графики, числовые данные.</p> <p>Оформить в отдельной тетради.</p> |

|        |   |   |     |
|--------|---|---|-----|
|        | генеральной совокупности.   |   |     |
| 5.2 лб | <p><b>Оценка параметров распределений.</b></p> <p>По выборкам, полученным в задании 1 построить доверительные интервалы для <math>m</math> и <math>\sigma^2</math> (нормальное распределение). Составить программу метода наименьших квадратов.</p> | 2 | -“- |

### Модуль 6. Теория проверки статистических гипотез

| N      | Задание   | Кол-во часов | Порядок сдачи  |
|--------|---|--------------|--|
| 6.1 лб | <p><b>Проверка гипотез.</b></p> <p>Получить выборку объема <math>n</math> из генеральной совокупности, равномерно распределенной в <math>[a, b]</math>. Затем с помощью критерия <math>\chi^2</math> проверить гипотезу о равномерности. Для выборки <math>N(m, \sigma)</math> из задания 1 проверить гипотезу <math>m = m_0</math>.</p> <p>в) Для этой же выборки проверить с помощью критерия Колмогорова соответствие эмпирической функции распределения <math>F_n^*(x)</math> гипотетической <math>F(x)</math>.</p> | 6            | <p>Описание алгоритма, программа, графики, числовые данные.</p> <p>Оформить в отдельной тетради.</p> |

### Модуль 7: Корреляционный и регрессионный анализ. Теория массового обслуживания

| N      | Задание  | Кол-во часов | Порядок сдачи  |
|--------|--|--------------|--|
| 7.1 лб | <p><b>Корреляционный анализ. Регрессия.</b></p> <p>Пусть на 200 Га пахотной земли внесены удобрения: на 11 га по <math>x_1 = 10</math> ц. на га, на 31 га по <math>x_2 = 20</math> ц на га, на 32 га по <math>x_3 = 30</math> ц/га, на 45 га по <math>x_4 = 40</math> ц/га и на 81 га по <math>x_5 = 50</math> ц/га.</p> <p>Полученные при этом значения урожайности с 1 га <math>Y_j</math>, <math>j = 1, 2, \dots, 8</math> и с какой площади ( в га) получены эти урожайности <math>n_{xy}</math> приведены в следующей корреляционной таблице:</p> | 6            | <p>Описание алгоритма, программа, графики, числовые данные.</p> <p>Оформить в отдельной тетради.</p> |

## 5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### 6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к отчетам по лабораторным занятиям.



3. Решение задач.
4. Подготовка к коллоквиуму.
5. Подготовка к экзамену.

| № | Виды самостоятельной работы                  | Вид контроля  | Учебно-методич. обеспечения                  |
|---|--|---|--|
| 1 | Изучение рекомендованной литературы          | Устный опрос по разделам дисциплины   | См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа |
| 2 | Подготовка к отчетам по лабораторным работам | Проверка выполнения расчетов, оформления работы в лабораторном журнале и проработки вопросов к текущей теме по рекомендованной работе | См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа |
| 3 | Решение задач                                | Проверка домашнего задания  | См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа |
| 4 | Подготовка к коллоквиуму                     | Промежуточная аттестация в форме контрольной работы   | См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа |
| 5 | Подготовка к экзамену                        | Устный опрос, либо компьютерное тестирование  | См. разделы 6.2, 7.3, 8, 9 данного документа |

*Текущий контроль:* проверка отчетов по лабораторным работам, защита.

*Текущий контроль:* проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

*Промежуточная аттестация:* контрольные работы, коллоквиум.

*Текущий контроль* успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических и лабораторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий, как домашних, так и лабораторных.

*Промежуточный контроль* проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

*Итоговый контроль* проводится либо в виде устного экзамена, либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

## *6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.*

Вопросы для самостоятельного изучения по конкретным разделам (модулям) приведены в п. 7.4 настоящей Программы. Там же приведены темы рефератов и типовые контрольные работы по теории вероятностей и математической статистике.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

Методические разработки для выполнения работ имеются на кафедре ПМ и выдаются студентам методистом кафедры. Учебная литература (учебники, учебные пособия) и информационные ресурсы приведены в п. 8 настоящей "Программы".

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.  
7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

| Компетенция | Знания, умения, навыки  | Процедура освоения          |
|-------------|---|-----------------------------|
| ОПК-1       | Уметь: использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и математической статистики   | Контрольные работы, экзамен |
| ОПК-4       | Уметь: применять нестандартные подходы к решению задач теории вероятностей и математической статистики  | Контрольные работы, экзамен |
| ПК-1        | Знать: фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы исчисления вероятностей;<br>Уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии;<br>Владеть: методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ | Контрольные работы, экзамен |

|      |   |                             |
|------|---|-----------------------------|
| ПК-2 | Знать: основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;<br>Уметь: при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;<br>Владеть: навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов | Контрольные работы, экзамен |
| ПК-3 | Знать: основные задачи математической статистики, основы теорий оценивания и проверки статистических гипотез, теории корреляционного и регрессионного анализа;<br>Уметь: доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые;<br>Владеть: основами численного статистического моделирования   | Контрольные работы, экзамен |

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

### ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой»

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен) | Оценочная шкала       |        |         |
|---------|-------------------------------------|-----------------------|--------|---------|
|         |                                     | Удовлетворител<br>ьно | Хорошо | Отлично |
|         |                                     |                       |        |         |

|           |   |  |  |  |
|-----------|---|--|--|--|
|           | продемонстрировать)   |  |  |  |
| Пороговый | Уметь: использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и математической статистики | Демонстрирует слабое умение формулировать задачи и способы их достижения | Может формулировать задачи и способы их достижения | Может эффективно применять нестандартные подходы к решению задач теории вероятностей |

#### ОПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности»

| Уровень   | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)   | Оценочная шкала  |   |  |
|-----------|--|--|---|--|
|           |  | Удовлетворительно  | Хорошо  | Отлично  |
| Пороговый | Уметь: применять нестандартные подходы к решению задач теории вероятностей и математической статистики | Имеет неполное представление об основах получения и обработки информации | Допускает неточности в понимании основ получения и обработки информации | Демонстрирует четкое представление об основах получения и обработки информации |

#### ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям»

| Уровень   | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала             |                   |                  |
|-----------|--|-----------------------------|-------------------|------------------|
|           |  | Удовлетворительно           | Хорошо            | Отлично          |
| Пороговый | Знать: фундаментальные                                 | Демонстрирует слабое умение | Может выстраивать | Может эффективно |

|  |   |  |  |  |
|--|---|--|--|--|
|  | <p>понятия и законы теории вероятностей, основные приемы и формулы исчисления вероятностей;</p> <p>Уметь: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии;</p> <p>Владеть: методами алгоритмизации и реализации указанных моделей задач и процессов на ЭВМ</p> | <p>выстраивать логические цепочки при формулировке и решении задач</p> | <p>логические цепочки при формулировке и решении задач</p> | <p>выстраивать логические цепочки при формулировке и решении задач</p> |
|--|---|--|--|--|

## ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат»

| Уровень   | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)  | Оценочная шкала   |   |  |
|-----------|---|---|---|--|
|           |   | Удовлетворительно   | Хорошо  | Отлично  |
| Пороговый | <p>Знать: основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p>Уметь: при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи</p> | <p>Демонстрирует слабое умение осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов</p> | <p>Может осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов</p> | <p>Может эффективно осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов</p> |

|  |  |  |  |         |
|--|--|--|--|---------|
|  | вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;<br>Владеть: навыками решения практических задач, основными приемами моделирования случайных величин и процессов |  |  | МЕТОДОВ |
|--|--|--|--|---------|

### ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности»

| Уровень   | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)  | Оценочная шкала  |   |  |
|-----------|---|--|---|--|
|           |   | Удовлетворительно  | Хорошо  | Отлично  |
| Пороговый | Знать: основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;<br>Уметь: при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между | Имеет неполное представление об основах принятия решений | Допускает неточности в понимании основ принятия решений | Демонстрирует четкое представление об основах принятия решений |

|  |   |  |  |  |
|--|---|--|--|--|
|  | вводимыми<br>понятиям;<br>Владеть: навыками<br>решения<br>практических<br>задач, основными<br>приемами<br>моделирования<br>случайных величин<br>и процессов |  |  |  |
|--|---|--|--|--|

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Задания для самостоятельной работы студентов

##### Задания для самостоятельной работы к модулю 1.

1. В клубе присутствуют 12 мужчин и 12 женщин. Сколько различных танцевальных пар можно организовать из них?

2. Из группы в 20 студентов для участия в олимпиаде выбирается 5 человек. Сколько различных команд можно организовать ?

3. Опыт состоит в бросании 3 монет. (Г - "выпадение герба", Р - "выпадение решки"):

1) Описать пространство элементарных событий, связанное с этим опытом (выписать все исходы).

Пусть событие А - "герб выпал на двух монетах", В - " герб выпал хотя бы на 2 монетах".

Выписать события:

2) А и В

3)  $C = A + B$

4)  $D = A \cdot B$

4. Сколькими способами можно составить волейбольную команду в 6 игроков из 12 игроков, среди которых 8 классных ?

5. Сколько можно составить таких команд, в которых половина классных игроков?

6. Сколькими способами можно рассадить 6 игроков команды на скамейку по местам с номерами от 1 до 6?

7. Что такое размещения, сочетания, чем они отличаются? Что такое перестановки? Напишите соответствующие формулы подсчета.

8. Найти вероятность событий А, В, С, D из примера 3.

9. Студент знает 10 из 15 вопросов коллоквиума. Чему равна вероятность



того, что он ответит на 2 из заданных 3 вопросов.

10. В 1-ой урне имеются 4 б. и 6 ч. шаров, во 2-ой соответственно 4 б. и 2 ч. Из каждой урны случайно выбирают по одному шару.

1) Найти вероятности следующих событий:

а) "оба шара белые"-А;

б) "хотя бы 1 из них белый"-В ;

с) "оба шара черные"-С.

11. Что такое событие? Что такое сумма двух событий? Произведение? Разность?

12. Составляют или нет события А, В, С из примера 10 полную группу событий, полную группу попарно несовместимых событий? Определите эти понятия.

13. В ящике 3 белых и 2 черных шара. Из ящика вытаскивают 1 шар отмечает цвет и возвращают обратно. Затем берут второй шар. Событие А - " 1 - белый шар", событие В - " второй - белый шар". Найти вероятности событий:

1) А и В

2)  $C = A + B$

3)  $D = A \cdot B$

14. В ящике 3 белых и 2 черных шара. Из ящика вытаскивают 1 шар. Затем берут второй шар. Событие А - " 1 - белый шар", событие В - " второй - белый шар". Найти вероятность событий:

1)  $A \cdot B$

2) В

3)  $C = A + B$

8. Карточки с буквами *a, к, р, ч, у* располагают в случайном порядке.

Чему равна вероятность того, что при этом

1) образуется слово "ручка" ?

2) образуется слово "ручка" или "чурка" ?

16. Из урны с 2 белыми и 3 черными шарами двое игроков случайно берут по 1-му шару: сначала 1-ый игрок, затем из оставшихся шаров 2-ой игрок. Чему равна вероятность вытащить белый шар для 1-игрока? для 2-го игрока?

17. Дайте определение независимости двух событий А и В. Что такое условная вероятность?

18. Напишите формулу полной вероятности.

19. Формула Байеса. Условия применения.

20. Определите схему Бернулли. Формула Бернулли.

21. Из урны примера 16 пять раз вытаскивают по 1 шару, каждый раз возвращая шар обратно. Чему равна вероятность того, что белый шар появится:

1) равно 2 раза? 2) хотя бы 2 раза?

## Задания для самостоятельной работы к модулю 2.

1. Случайная величина  $\xi$  распределено по показательному закону с параметром  $\lambda = 0,2$ . Написать выражение для плотности распределения вероятностей.

2. Случайная величина  $\xi$  распределено по показательному закону с параметром  $\lambda = 0,2$ . Найти функцию распределения.

3. Случайная величина  $\xi$  распределено по показательному закону с параметром  $\lambda = 0,2$ . Найти математическое ожидание и дисперсию.

4. Напишите выражение для плотности распределения случайной величины, распределенной равномерно в интервале (2,4).

5. Напишите выражение для функции распределения случайной величины, распределенной равномерно в интервале (0,5).

6. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, распределенной равномерно в интервале (-1,1).

7. Имеется партия деталей некоторого производства. Вероятность для каждой детали быть бракованной одинакова и равна 0,01. Из партии на сборку выбрали 10 деталей. Случайная величина  $\xi$  - число бракованных среди этих 10 выбранных.

а) Напишите ряд распределения  $\xi$ .

б). Найти  $M\xi$  и  $D\xi$ .

8) Какие бывают случайные величины? Как они задаются? Дайте определение функции распределения.

9. Случайная величина  $\xi$  имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0,2] \\ \frac{1}{c}x, & x \in [0,2] \end{cases}$$

Найти постоянную  $c$ . Найти функцию распределения  $F(x)$ . Построить графики  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти  $M\xi$  и  $D\xi$ .

10. Найти  $M\xi$  и  $D\xi$  случайной величины  $\xi$ :

|  |   |   |    |  |
|--|---|---|----|--|
|  |   |   |    |  |
|  | . | . | .1 |  |
|  | 1 | 3 | 5  |  |

11. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно в интервале  $[0, 2]$ .

Написать выражение:

- 1) для плотности  $f(x)$
- 2) для функции распределения  $F(x)$
- 3) Найти  $M\xi$  и  $D\xi$ .

12. Производятся три независимых выстрела по цели. Вероятность попадания при каждом выстреле одинакова и равна  $1/3$ . Найти вероятность того, что будут

- 1) попадания
- 2) ни одного попадания
- 3) Пусть случайная величина  $\xi$  – число попаданий в условиях примера

11. Написать ряд распределения, этой случайной величины.

13. Для случайной величины  $\xi$  из 12 найти  $M\xi$  и  $D\xi$ .

14. Написать правило «трех сигм».

### **Задания для самостоятельной работы к модулю 3.**

1. Что выражает неравенство Чебышева.
2. Смысл закона Больших чисел.
3. Сформулируйте теорему Чебышева о законе Больших чисел.
4. Закон больших чисел в форме Бернулли.
5. Центральная предельная теорема. Смысл.
6. Написать моделирующую формулу для случайной величины, равномерной в интервале  $(2,5)$ .

### **Задания для самостоятельной работы к модулю 5.**

1. Каков предмет мат. статистики и ее основные задачи.
2. Что называется вариационным рядом, порядковой статистикой, эмпирической функцией распределения.
3. Как строится интервальный статистический ряд, как называется изображение интервального статистического ряда.
4. Укажите основные выборочные характеристики (Выборочные начальные центральные моменты, выборочная среда и выборочная дисперсия).
5. Распределение какой сл.в. называется  $X^2$  – распределением. Укажите параметры этого распределения (М.О. и дисперсия).
6. Какое распределение называется  $t$ -распределением. Привести статистику распределения которых связаны с  $t$ -распределением.
7. Какое распределение называется  $F$  - распределением. Приведите пример статистики, распределение которых связаны с  $F$  - распределением. Приведите пример статистики, распределение которых связаны с  $F$  -распределением.

8. В чем состоит задача оценивания параметров распределений. Какие оценки называются несмещенными оценками параметров. Приведите примеры несмещенных оценок.

9. Какие оценки называются состоятельными оценками. Приведите примеры о состоятельности оценки.

10. В чем выражается эффективность оценки. Какова нижняя граница дисперсии оценки.

11. Какая функция называется функцией правдоподобия. Как определяется функция вклада выборки.

12. Что называется информационное количество Фишера. Приведите его различные выражения.

13. Что называется неравенство Рао – Крамера и как оно задается.

14. Какие модели распределений имеют эффективные оценки для своих параметров.

15. Какие статистики называются достаточными относительно оцениваемых параметров. В чем критерий факторизации?

16. Как оцениваются параметры по методу моментов?

17. Как оцениваются параметры по методу максимального правдоподобия. Какими свойствами эти оценки обладают?

18. Как приближенно можно оценить параметры распределений.

19. Метод минимума  $\chi^2$  Пирсона для оценивания параметров.

20. Определение доверительного интервала. Построить доверительные интервалы для  $M\xi$  если  $\xi \in N(\mu, \delta^2)$  когда  $\delta^2$  известно.

21. Что называется доверительной вероятностью.

22. Постройте доверительный интервал для параметра  $\mu$  распределения  $N(\mu, \delta^2)$  при неизвестном.

23. Построить доверительный интервал для параметра  $\delta^2$  распределения  $N(\mu, \delta^2)$ .

24. Как строится доверительный интервал для параметров распределений отличных от  $N(\mu, \delta^2)$ .

25. По выборочным данным построить доверительный интервал для разности между средними значениями двух нормальных распределений  $N(\mu_1, \delta_1^2)$  и  $N(\mu_2, \delta_2^2)$ .

26. Постройте доверительный интервал для неизвестной вероятности случайного события.

27. Проверка статистических гипотез. Перечислить основные типы статистических гипотез, дать их формулировки.

28. Что называется стат. критерием, критической областью уровнем значимости. Дайте математическую формулировку вероятностям ошибок 1,2

родов и мощности критерия.

29. Приведите общую логическую схему проверки статистических гипотез.

### **Задания для самостоятельной работы к модулю 6.**

1. Опишите применение критерия  $\chi^2$  для проверки гипотезы о типе распределения.
2. Опишите критерий согласия Колмогорова.
3. Сформулируйте гипотезы однородности и приведите критерий проверки таких гипотез.
4. Гипотезы независимости. Критерий  $\chi^2$  для проверки гипотезы о независимости.
5. Понятие параметрической гипотезы. Лемма Неймана-Пирсона. Критерий отношения.
6. Проверка гипотезы о параметре  $\mu$  нормального закона распределения.
7. Проверка гипотезы о параметре  $\delta^2$  нормального закона распределения.
8. Проверка гипотезы о существенности различия средних двух нормальных распределений  $N(\mu_1, \delta_1^2)$  и  $N(\mu_2, \delta_2^2)$ .
9. Проверка гипотезы о дисперсии распределения  $N(\mu, \delta^2)$ .
10. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных интегральных совокупностей.
11. Последовательный критерий Вельда.
12. Выборочный коэффициент регрессии, его вычисление и значение.

### **Задания для самостоятельной работы к модулю 7.**

1. Выборочный коэффициент регрессии, его вычисление и значение.
2. Уравнение линейной регрессии и метод наименьших квадратов.

### **Темы рефератов**

1. История возникновения теории вероятностей. Классическая задача Шевалье де Мере.
2. Комбинаторные методы в теории вероятностей.
3. Геометрическая вероятность как расширение классического определения вероятностей.
4. Классическая задача о разорении игрока и ее моделирование на ЭВМ.
5. Геометрическая вероятность. «Задача о встрече» и ее моделирование на ЭВМ.
6. Аксиоматическое построение теории вероятностей акад. Колмогорова А.Н.
7. Некоторые философские проблемы теории вероятностей.

8. Предельные теоремы теории вероятностей и ее практические приложения.
9. Независимость событий. Пример Бернштейна.
10. Задача Банаха о спичечных коробках и ее моделирование на ЭВМ.
11. Нормальное распределение вероятностей и его роль в математико-статистических исследованиях.
12. О методах моделирования случайных величин.
13. Приближенное вычисление числа  $\pi$  методом Монте-Карло.
14. Математическая статистика как самостоятельная наука. Связь с теорией вероятностей.
15. Показательно распределение вероятностей и его приложение: задача теории переноса излучений и моделирование систем массового обслуживания.

### **Контрольные работы по теории вероятностей:**

#### **Контрольная работа № 1**

1. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о,п,р,с,т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».
2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков равна 0,1; вероятность выбить 9 очков равна 0,3; вероятность выбить 8 или меньше очков равна 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет не менее 9 очков.
3. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей.
4. При отключении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор с-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор с-11 срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором с -1 или с-11 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором с-1 или с-11?
5. Событие В появится в случае, если событие А появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие В, если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность

появления события А равна 0,4.

### Контрольная работа № 2

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартное равна 0,9. В каждой партии содержится пять изделий. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X- числа партий, в каждой из которых окажется ровно четыре стандартных изделия, если проверке подлежат 50 партий.

2. Найти дисперсию дискретной случайной величины X- числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что  $M(X)=0,9$ .

3. Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения:  $x_1$ ,  $x_2$ , и  $x_3$ , причем  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятности того, что X примет значения  $x_1$  и  $x_2$  соответственно равны. 0,3 и 0,2. Найти закон распределения величины X, зная ее математическое ожидание  $M(X) = 2,2$  и дисперсию  $D(X)=0,76$ .

4. Случайная величина имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ c/(1+x^2), & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр c, математическое ожидание и дисперсию.

5. Случайная величина X распределена равномерно в интервале [-1,4]. Найти  $P(X>0)$ .

### Контрольные работы по математической статистике:

#### Контрольная работа № 1

1. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из совокупности с распределением  $N(\mu, \delta^2)$ . Исследовать свойство несмещенности параметров  $\mu$  и  $\delta^2$ .

2. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из совокупности с равномерным на  $(Q_1, Q_2)$  распределением. Найти оценку параметров  $Q_1, Q_2$  методом моментов.

3. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из распределения  $\Gamma\left(\frac{1}{\theta}, 1\right)$ . Доказать, что  $T(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  является эффективной оценкой  $\theta$ .

4. Показать эффективность выборочной средней  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n X_i$  выборки из совокупности с нормальным законом распределения  $N(\theta, \delta^2)$ . Доказать, что  $T(X) = \sum_{i=1}^n X_i$  - полная достаточная статистика.

5. Найти количество информации содержащей в выборке из распределения Пуассона относительно неизвестного параметра.

### Контрольная работа № 2

1. Найти байесовскую оценку параметра  $\theta$  нормальной модели  $N(\theta, 1)$  при условии, что априорным распределение параметра  $\theta$  является нормальное распределение  $N(0, 1)$ .

2. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и одинаково равномерно распределены на  $(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ . Построить доверительный интервал для  $\theta$  с помощью статистики  $X_{(n)} = \max_k X_k$ .

3. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют нормальное распределение  $N(\theta, 1)$ . Построить доверительный интервал для  $\theta$  с коэффициентом доверия  $\alpha$ , основанный на центральной статистике  $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \theta)$ .

4. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют плотность распределения  $p(x, \theta) = \begin{cases} \exp\{-(x - \theta)\}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta \end{cases}$ . Построить наиболее мощный критерий размера  $\alpha$  для проверки гипотезы  $H_0: \theta = \theta_0$  при альтернативе  $H_1: \theta = \theta_1 < \theta_0$ . Найти



функцию мощности.

5. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют распределение Пуассона  $P(\theta)$ . Построить равномерно наиболее мощный критерий размера  $\alpha$  для проверки гипотезы  $H_0: \theta = \theta_0$  при альтернативе  $H_1: \theta > \theta_0$ . Найти функцию мощности.

### Вопросы к экзамену

#### Вопросы к экзамену по теории вероятностей:

1. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятностей.
2. Геометрические вероятности. Свойство вероятностей.
3. Дисперсия и ее свойства.
4. Дисперсия основных дискретных распределений.
5. Дисперсия основных непрерывных распределений.
6. Закон больших чисел. Следствие из теоремы Чебышева: теорема о среднем. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий.
7. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Применение.
8. Классические определения вероятности. Свойства вероятности.
9. Коэффициент корреляции и его свойства.
10. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Применение.
11. Математические ожидания основных непрерывных распределений.
12. Математическое ожидание и его свойства.
13. Математическое ожидание основных дискретных распределений.
14. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.
15. Независимость случайных величин.
16. Неравенство Чебышева.
17. Нормальный закон распределения, его параметры. Графики плотности и функции распределений.
18. Основные непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики.
19. Основные формулы комбинаторики. Примеры.
20. Последовательности независимых испытаний. Формула Бернулли.
21. Распределение суммы двух независимых величин.
22. Распределение суммы двух независимых нормальных случайных величин.
23. Случайные величины. Основные дискретные случайные величины.
24. События и действия над ними.
25. Статистическое определение вероятности. Свойства вероятности.
26. Теорема Пуассона.

27. Теорема сложения вероятностей.
28. Теорема умножения вероятностей. Независимость случайных событий.
29. Условная вероятность.
30. Формула Байеса.
31. Формула Бернулли. Свойства вероятностей  $P_n(m)$ .
32. Формула полной вероятности
33. Функция распределения и ее свойства.
34. Характеристическая функция и ее свойства.
35. Характеристическая функция. Вычисление моментов случайной величины с помощью характеристической функции. Пример.
36. Характеристические функции основных дискретных распределений.
37. Центральная предельная теорема.

### **Вопросы к экзамену по математической статистике:**

1. F- распределение и его следствия.
2. Выборочные характеристики и их асимптотические свойства.
3. Двумерная случайная величина. Независимость случайных величин. Коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции..
4. Доверительное оценивание параметров. Доверительный интервал для М.О. нормального закона распределения.
5. Доверительный интервал для дисперсии нормального закона распределения.
6. Достаточные статистики. Критерий факторизации.
7. Задача оценивания параметров. Оценки и их свойства.
8. Интервальная оценка для неизвестного математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности ( $\sigma$  – неизвестно).
9. Интервальная оценка для неизвестной вероятности события.
10. Исследование зависимостей. Простое линейное уравнение регрессии.
11. Коэффициент корреляции и его свойства. Выборочный коэффициент корреляции. Проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.
12. Критерий независимости хи-квадрат.
13. Критерий однородности Смирнова.
14. Критерий проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей.
15. Метод Байеса оценивания параметров.
16. Метод максимального правдоподобия.

17. Метод максимального правдоподобия. Оценить параметры нормального закона распределения.
18. Метод моментов оценивания параметров. Оценить параметры равномерного распределения.
19. Методы нахождения оценок. Метод моментов. Пример.
20. Методы нахождения оценок. Найти методом моментов неизвестные параметры  $m$  и  $\sigma$  нормального распределения.
21. Моделирование непрерывных случайных величин. Моделирование равномерного распределения.
22. Моделирование равномерной на  $(a, b)$ . Случайной величины.
23. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.
24. Несмещенность и состоятельность оценки  $\bar{x}$ .
25. Основные распределения вероятностей, используемые в матстатистике.  $\chi^2$ -распределение. Приложения.
26. Оценивание параметров методом хи-квадрат.
27. Оценивание параметров регрессии методом наименьших квадратов.
28. Понятие функции правдоподобия. Информационное количество Фишера.
29. Последовательный критерий Вальда.
30. Предмет математической статистики и ее основные задачи.
31. Пример применения критерия Неймана-Пирсона.
32. Проверка гипотез о дисперсиях.
33. Простые и сложные гипотезы. Критерий Немана-Пирсона.
34. Равномерное распределение вероятностей (плотность, функция распределения,  $M\xi$ ,  $D\xi$ ). Применения.
35. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
36. Теорема и критерии Колмогорова.
37. Теорема Фишера об  $\bar{X}$  и  $S^2$ .
38. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

**7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 35 баллов,

- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 35 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,

- письменная контрольная работа - 60 баллов,

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **а)основная литература:**

1.Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. Часть I. «Теория вероятностей» 2014.

2.Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. Часть II. «Математическая статистика». 2015.

3.Ширяев А.Н. Вероятность. Т. 1, 2. М.: МЦНМО, 2004.

4.Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей. М: МЦНМО, 2004.

5.Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей, М., Наука, 1988.

6.Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.

7.Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Паука. 1989.

8.Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука. 1963.

7.Семенчин Е.А. Теория вероятности в примерах и задачах. Изд-во «Лань», 2007, 352 с.

8. Боровков А.А., Математическая статистика. Изд-во «Лань», 2009, 704 с.

9. Филлер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения., Т.1, П.М.,1967.

10. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей, М., наука, 1982.

11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей, 6-е изд., М.,ВШ., 1999.

12. Крамер Г. Математические методы статистики. М., 1975.
13. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В. Сборник задач по математической статистике. М., 1989.
14. Савельев Л.Я. Комбинаторика и вероятность. «Наука», Сибирское отделение. Новосибирск, 1975, 424 с.
15. Ивановский Р.И. Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения системы Mathcad: Учебное пособие.- М.: Высшая школа, 2003.-432с.
16. Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad - Санкт-Петербург,: БхВ-Петербург, 2008 -508с.: ил + СД – ROM.

**б) дополнительная литература:**

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, М.:2005.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и мат. статистики., М, ВШ., 2005.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А., Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982- 296 с.
4. Соболев И.М. Численные методы Монте - Карло. М.: Наука. 1973.
5. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численные статистические моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Академия, 2006,-368с.
6. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009.
7. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1,2. М.: Мир, 1984.
8. Ван дер Варден Б.Л., Математическая статистика, М.: ИЛ, 1960.
9. Леман Э., Проверка статистических гипотез, М.: наука, 1979.
10. Леман Э. Теория точечного оценивания, М.: Наука, 1991.

11. Назаралиев М.А., Магомедов И.И. Методические указания и варианты лабораторных работ. Махачкала. 2012.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. 2014. <http://umk.dgu.ru/pdfdoc/10803/Полностью.htm>

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» содержит внутри 8 модулей. Первые 4 модуля изучаются в четвертом семестре. Эти модули имеют определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Именно при изучении этих модулей должны развиваться компетенции ОПК-1, ОПК-4 и ПК-1 применительно к теории вероятностей. Модули 5-8 изучаются в пятом семестре. Эти модули также имеют определенную направленность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Именно при изучении этого модуля должна закладываться база для развития и овладения профессиональными компетенциями ПК-2, ПК-3.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

**Текущий контроль (ТК)** - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Лабораторный практикум проводится фронтальным методом в классах, оборудованных лабораторными стендами для исследования электрических цепей. Так как используется компьютерное моделирование, то следует проводить занятия в компьютерном классе либо самостоятельно на домашнем компьютере. При этом и коллоквиум, и защита результатов исследований проводятся по традиционной методике в классе.

**Промежуточный контроль (ПК)** - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: тест из 7-10 заданий. Тестирование проводится в компьютерных классах в часы самостоятельной работы студентов по заранее составленному расписанию.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

**Итоговый контроль** по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: экзамен в 4 и 5-ом семестрах. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 5 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: “Отлично” (5) - 86–100 условных баллов; “Хорошо” (4) - 66–85 условных баллов; “Удовлетворительно” (3) - 51–65 условных баллов; “Неудовлетворительно” (2) - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “удовлетворительно”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.



Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в 3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающий использует также кроме указанных выше в п. 8 программные обеспечения и интернет ресурсов: пакеты прикладных программ Mathcad, Matlab, Delphi, Statistica.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных, семинарских и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.

При кафедре прикладной математики имеется студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование».