

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Методы оптимизации**  
**Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук**

**Образовательная программа**  
**02.03.01 – Математика и компьютерные науки**

Профиль подготовки  
**Математический анализ и приложения**

Уровень высшего образования  
**Бакалавриат**

Форма обучения  
**Очная**

Статус дисциплины: **Вариативный**

Махачкала, 2017

Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 07.08.2014 г. №949

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики – Загиров Н.Ш. – к. ф.-м. н., доцент;
2. кафедра прикладной математики – Гаджиева Т.Ю. – к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017 г., протокол №7

И. о. зав. кафедрой Кадиев Кадиев Р.И.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017 г., протокол №4

Председатель Меджидов Меджидов З.Г.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«27» 03 2017 г. Шо  
(подпись)

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина методы оптимизации входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения классических экстремальных задач, а также знакомством с современными направлениями развития методов оптимизации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-5, ПК-7.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семе стр	Учебные занятия						СРС, в том числ е экза мен	Форма промежуточн ой аттестации (зачет, дифференцир ованный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лек ции		Лаборат орные занятия	Практи ческие заняти я	КСР	консул ьтации			
7	144	38		38			68	Зачет

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Методы оптимизации» - владение студентами умения разрабатывать методы решения задач в которых требуется определить значения таких параметров, которые доставляют функционалу его минимальное или максимальное значение встречающиеся в естествознании и во многих экономических задачах; закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в *вариативную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Курс «Методы оптимизации» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при изучении отдельных тем курсов «Численные методы», «Дифференциальные уравнения», «Физика» и др.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
<b>ОПК-1</b>	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии,	<b>Знать:</b> формулировку и постановку классических задач нелинейного и линейного, целочисленного программирования; <b>Уметь:</b> использовать базовые

	дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	знания для решения задач по методам оптимизации; <b>Владеть:</b> методами построения математических моделей задач на экстремум.
<b>ПК-5</b>	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	<b>Знать:</b> классические методы исследования экстремальных задач; <b>Уметь:</b> решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям; <b>Владеть:</b> навыками решения практических задач
<b>ПК-7</b>	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний	<b>Знать:</b> основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения; <b>Уметь:</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов; <b>Владеть:</b> навыками решения практических задач

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Сам. раб.	Подг. к экз.	Общ. тр.	
<b>Модуль 1. Математическое программирование.</b>				<b>10</b>	<b>8</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	
1	Введение. Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными и задачами.	7	1	2		4		6	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала ---
2	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.	7	2-3	4	4	4		12	

	Формула Тейлора. Теорема Ферма.								
3	Теорема о полном дифференциале . Теорема об обратной функции.	7	4	2	2	4		8	---
4	Задачи без ограничений для функционалов.	7	5	2	2	6		10	Контрольная работа
<b>Модуль 2. Элементы выпуклого анализа</b>				<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>		<b>36</b>	
5	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	7	6	2	6	6		12	---
6	Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.	7	7	2	2	4		8	
7	Некоторые численные методы решения задачи с	7	8	2		4		6	---

	ограничениями.								
8	Элементы выпуклого анализа. Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.	7	9	2	2	4		8	Контрольная работа
<b>Модуль 3 Линейное программирование</b>				<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		<b>36</b>	
9	Выпуклые функции и их основные свойства. Выпуклое исчисление.	7	10	2				2	---
10	Задачи выпуклого программирования. Примеры.	7	11	2	2	4		8	---
11	Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Алгоритм симплекс-	7	12	2	4	4		10	---



	метода. Задачи.								
1 2	Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	7	13	2	2	4		8	
1 3	Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.	7	14	2	2	4		8	Контрольная работа Коллоквиум
<b>Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.</b>				<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		<b>36</b>	
1 4	Уравнения Эйлера. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	7	15	2	2	4		8	
1 5	Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.	7	16	2	2	4		8	
1 6	Задача с подвижными концами.	7	17	2	2	4		8	
1	Задачи со старшими	7	18	2	2	2		6	

6	производными. Уравнение Эйлера- Пуассона.								
1 7	Задачи, зависящие от многих функций.	7	19	2	2	2		6	Контрольная работа  Коллоквиум
<b>ИТОГО:</b>				<b>38</b>	<b>38</b>	<b>68</b>		<b>144</b>	Зачет

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### Модуль 1. Математическое программирование

###### Тема 1. Введение.

Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.

**Тема 2.** Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.

**Тема 3.** Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.

Теорема Ферма. Использование критерия Сильвестра при исследовании критических точек. Прямой метод испытания критических точек.

**Тема 4.** Теорема о полном дифференциале. Теорема об обратной функции.

Понятие об обратном отображении: функция одной переменной, линейное отображение, конечномерная теорема об обратном отображении. Необходимое условие экстремума в задаче на безусловный экстремум для функционалов. Достаточное условие.

**Тема 5.** Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

### **Модель 2. Элементы выпуклого программирования**

**Тема 6.** Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

**Тема 7.** Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

**Тема 8.** Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.

**Тема 9.** Элементы выпуклого анализа.

Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.

### **Модуль 3 Линейное программирование.**

**Тема 10.** Выпуклые функции и их основные свойства.

Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Иенсена.

**Тема 11.** Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление.

Субдифференциал. Основные свойства. Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции

**Тема 12.** Задачи выпуклого программирования. Примеры.

Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

**Тема 13.** Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

**Тема 14.** Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Достаточное условие оптимальности. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

**Тема 15.** Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

**Тема 16.** Транспортная задача.

Постановка транспортной задачи линейного программирования и ее разновидности (закрытая, открытая). Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП. Метод потенциалов решения транспортной задачи.

**Тема 17.** Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Теорема двойственности. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.

#### **Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.**

**Тема 18.** Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Методы нахождения экстремумов функционалов, определенных на подмножествах множества непрерывных функций. Основная лемма К.В.И. Лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая задача К.В.И.

**Тема 19.** Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

**Тема 20.** Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

**Тема 21.** Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

О достаточных условиях в вариационном исчислении. Задача Лагранжа.

**Тема 22.** Задача с подвижными концами.

Особенности задач с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Понятие об условиях второго порядка Лежандра и Якоби.

**Тема 23.** Задачи со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

Постановка задачи. Вывод уравнения Эйлера-Пуассона. Примеры.

**Тема 24.** Задачи, зависящие от многих функций.

Постановка задачи. Вывод уравнения Эйлера с помощью основных лемм вариационного исчисления.

**Тема 25.** Задачи оптимального управления. Принцип Понтрягина. Задачи.

Постановка задачи оптимального управления. Примеры задач. Простейшая задача о быстродействии. Задача о мягкой посадке космического аппарата на луну.

### **5. Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

#### **6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы**

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к контрольным работам.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к зачету.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 7.3 данного документа
2	Подготовка к отчетам	Проверка выполнения расчетов,	См. разделы 6.2, 7.3 данного

	лабораторным работам	оформления работы в лабораторном журнале и проработки вопросов к текущей теме по рекомендованной работе	документа
4	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 7.3 данного документа
5	Подготовка к зачету	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.3 данного документа

*Текущий контроль:* проверка домашних работ.

*Промежуточная аттестация:* контрольная работа, коллоквиум.

*Текущий контроль* успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения домашних заданий.

*Промежуточный контроль* проводится в форме коллоквиума, в которых содержатся теоретические вопросы.

*Итоговый контроль* проводится либо в виде устного зачета, либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к

прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

*6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы, обучающихся по дисциплине.*

Вопросы для самостоятельного изучения по конкретным разделам (модулям) приведены в п. 7.3 настоящей Программы. Там же приведены типовые контрольные работы и вопросы к зачету по методам оптимизации.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Знать:</b> формулировку и постановку классических задач нелинейного и линейного, целочисленного программирования; <b>Уметь:</b> использовать базовые знания для	Контрольные работы, зачет



	<p>решения задач по методам оптимизации;  <b>Владеть:</b> методами построения математических моделей задач на экстремум.</p>	
ПК-5	<p><b>Знать:</b> классические методы исследования экстремальных задач;  <b>Уметь:</b> решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;  <b>Владеть:</b> навыками решения практических задач</p>	Контрольные работы, зачет
ПК-7	<p><b>Знать:</b> основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения;  <b>Уметь:</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов;  <b>Владеть:</b> навыками решения практических</p>	Контрольные работы, зачет

	задач	
--	-------	--

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

### ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> формулировку и постановку классических задач нелинейного и линейного, целочисленного программирования;	Не знает как точно сформулировать задачу.	Показывает хорошие знания в указанной для получения «удовлетв.» оценки графе областях.	Знает как с использованием основных методов принимать нужные решения.
Базовый	<b>Уметь:</b> использовать базовые знания для решения задач по методам оптимизации	Демонстрирует слабое умение работы в пакетах прикладных программ	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно осуществлять выбор программных средств и разработку ПО для решения оптимизационных задач

Продвинутый	<b>Владеть:</b> методами построения математических моделей задач на экстремум	Слабо владеет методами построения математических моделей задач на экстремум	Владеет технологиям и сбора и обработки информации.	Владеет навыками построения математических моделей.
-------------	---	---	---	---

## ПК-5

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> классические методы исследования экстремальных задач;	Не знает как точно сформулировать задачу.	Показывает хорошие знания в указанной для получения «удовлетв.» оценки графе областях.	Знает как с использованием основных методов принимать нужные решения.
Базовый	<b>Уметь:</b> решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями;	Демонстрирует слабое умение работы в пакетах прикладных программ	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно осуществлять выбор программных средств и разработку ПО для решения оптимизационных задач
Продвинутый	<b>Владеть:</b>	Слабо владеет	Владеет	Владеет

ый	навыками решения практических задач	навыками дискуссии по профессиональной тематике	технологиям и сбора и обработки информации.	навыками дискуссии по профессиональной тематике, использует современные информационные методами сбора и анализа данных.
----	-------------------------------------	---	---	---

### ПК-7

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения;	Имеет неполное представление об основах получения и обработки информации	Допускает неточности в понимании основ получения и обработки информации	Демонстрирует четкое представление об основах получения и обработки информации
Базовый	<b>Уметь:</b> использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики,	Демонстрирует слабое умение осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и	Может осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности	Может эффективно осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их

	техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов;	эффективности разработанных методов	и эффективности разработанных методов	корректности и эффективности разработанных методов
Продвинутый	<b>Владеть:</b> навыками решения практических задач	Имеет неполное представление об основах принятия решений	Допускает неточности в понимании основ принятия решений	Демонстрирует четкое представление об основах принятия решений

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценка по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Контрольная работа № 1

Найти производную функционала, если  $X = C[0,1]$ :

$$1. f(x) = \left( \int_0^1 x^2(t) \sin \pi t dt \right)^3;$$

$$2. f(x) = \int_0^1 x^3(t) dt;$$

$$3. f(x) = \left( \int_0^1 x^2(t) dt \right)^3;$$

$$4. f(x) = x(0);$$

$$5. f(x) = \sin x(1).$$

#### Контрольная работа № 2

1. Решить задачу без ограничений

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow \text{extr};$$

2. Решить задачу с ограничениями – равенствами

$$x_1x_2x_3 \rightarrow \text{extr}, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

3. Решить задачу с ограничениями типа неравенств

$$x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$8x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 40; -2x_1 + x_2 - x_3 = -3, x_2 \geq 0$$

### Контрольная работа № 3

Следующую задачу решить графическим и симплексным методами

$$2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 \geq 8,$$

$$x_2 \leq 6.$$

### Контрольная работа № 4

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2 + 4x \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$2. \int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extr}.$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin t dt = 1, x(0) = x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$4. \int_0^2 x dt \rightarrow \min; |\ddot{x}| \leq 2, x(0) + x(2) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

## Вопросы к зачету:

1. Производная по Фреше.
2. Частные производные и производные высших порядков.
3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.
4. Формула Тейлора. Теорема Ферма.
5. Дифференцируемость операторов и функционалов.
6. Дифференциал суперпозиции.
7. Конечномерная теорема об обратном отображении.
8. Задачи на экстремум. Определение базовых понятий.
9. Необходимое и достаточное условие экстремума функционалов.
10. Основные два этапа решения задач на экстремум.
11. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
12. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
13. Выпуклые множества. Основные свойства.
14. Выпуклые функции.
15. Первая теорема отделимости.
16. Вторая теорема отделимости.
17. Свойства выпуклых функций.
18. Три особенности задачи выпуклого анализа.
19. Задача на безусловный экстремум для выпуклых функций.
20. Субдифференциал. Основные свойства.
21. Теорема Куна-Таккера.
22. Задачи выпуклого программирования. Примеры.
23. Задача линейного программирования. Основные свойства.
24. Симплекс. Метод решения задач линейного программирования.
25. Двойственность в линейном программировании.
26. Графический метод решения экстремальных задач.
27. Задача Больца, Бернулли. Изопериметрическая задача.

28. Пример полного исследования вариационной задачи на экстремум.
29. Лемма Дюбуа-Раймоне.
30. Задача о наименьшей поверхности вращения.
31. Задача о брахистохроне и ее решение.
32. Многомерный случай вариационных задач.
33. Некоторые случаи решения уравнения Эйлера.
34. Задача Лагранжа. Постановка задачи, формулировка теоремы.
35. Задача Дидоны.
36. Задача со старшими производными.
37. Постановка задачи оптимального управления. Связь с задачей Лагранжа.
38. Формулировка теоремы Понтрягина. Пример ее применения.
39. Простейшая задача о быстродействии.

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 40 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

##### **а) основная литература:**



1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во МГУ, 1989.
2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука, 1984.
3. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К., Вариационное исчисление и методы оптимизации. Изд-во ДГУ, Махачкала, 2010.
4. Галеев Э.М. Курс лекций по вариационному исчислению и оптимальному управлению. –М.: Изд-во МГУ, 1996.
5. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. М.: Наука 1986.
6. Габасов Р., Кориллов Ф.М. Методы оптимизации. –Минск: Изд-во БГУ, 1981.
7. Карманов В.Г. Математическое программирование.- М.: Наука, 1980.

**б) дополнительная литература**

1. Ашманов С.А. Линейное программирование. Учебное пособие. - М.: Наука, 1981. - 340 с.
2. Моисеев Н.М. Методы оптимизации. - М.: Наука, 1978. - 351с.
3. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. - М.: Наука, 1986. - 325 с.
4. Первозванский А. А. Поиск. М. Наука. 1970
5. Расстригин Л. А. Случайный поиск. М. Знание. 1979.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>.

6. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи. Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>.

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.