МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
13.03.02 - Электроэнергетика и электротехника

Профиль подготовки
Возобновляемые источники энергии

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: ***Базовый***

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки ***13.03.02*** - Электроэнергетика и электротехника (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерством образования и науки РФ № 207 «27» марта2015 г.

Разработчики:
1. кафедра прикладной математики, Лугуева А.С., к.ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017г., протокол №7Зав. кафедрой ________________, Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017 г., протокол №4.
Председатель ________________ Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «27» 03 2017г. ________________
(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений» входит в *базовую* часть образовательной программы *бакалавриата*по направлению***3.03.02 -*** Электроэнергетика и электротехника.

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общекультурных–ОК-7, общепрофессиональных -ОПК-2, ОПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума.ипромежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 2зачетных единицы (72 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

<table>
<tr><td rowspan="4">Семестр</td><td colspan="7">Учебные занятия</td><td rowspan="4">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен</td></tr>
<tr><td colspan="7">в том числе</td></tr>
<tr><td colspan="6">Контактная работа обучающихся с преподавателем</td><td rowspan="3">СРС, в том числе экзамен</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Всего</td><td colspan="5">из них</td></tr>
<tr><td></td><td>Лекции</td><td>Лабораторные занятия</td><td>Практические занятия</td><td>КСР</td><td>консультации</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>72</td><td>16</td><td>18</td><td></td><td></td><td></td><td>38</td><td>зачет</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины.

Цель изучения курса «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений» - умения студентамиприменять численные методы при решении задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, разработки алгоритмов и программ численного решения различных задач встречающиеся в естествознании и закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений» входит в *базовую*часть образовательной программы *бакалавриата*по направлению (специальности) ***13.03.02*** **-** Электроэнергетика и электротехника.

Курс «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений»вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-7	способностью обрабатывать результаты эксперимента	**Знать**: основные численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений. **Уметь**: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования

		или (и) пакетами прикладных программ. **Владеть:** навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы
ОПК-2	Способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследование при решении профессиональных задач.	**Знать:**соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа, основы математического моделирования прикладных задач **Уметь:** строить оптимальные алгоритмы решения возникающих задач. **Владеть:** практическим умением анализировать полученные результаты.
ОПК-3	способностьюиспользовать методы анализа и моделирования электрических цепей	**Знать**: основные приемы усовершенствования численных методов применительно к решению задач моделирования электрических цепей. **Уметь**: осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач. **Владеть:** методами алгоритмизации и реализации указанных методов при решении задач в области моделирования электрических цепей.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лаборат. занятия	Сам.раб	Подготовка к	Общ. тр	
МОДУЛЬ 1 Интерполяция и основы теории приближения. Численное интегрирование.										
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.	4	1-2	1		2	3		6	Индивидуальный фронталь-ный опрос, тестирование, Контрольная работа Коллоквиум
2.	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона	4	3-4	2		2	4		8	
3.	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию	4	5-6	1		2	3		6	
4	ЧисленноеинтегрированиеКвадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности**.**	4	7-8	2		2	4		8	
5	Квадратурная формула	4	9-10	2		2	4		8	

	Симпсона, оценка погрешности.									
	Итого по 1 модулю.			8		10	18		36	
МОДУЛЬ 2: Численные методы алгебры. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.										Индивидуальный фронталь-ный опрос, тестирование, Контрольная работа Коллоквиум. Зачет.
6	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	4	11-12	2		2	4		8	
7	Приближенное решение нелинейных алгебраических уравнений	4	13-14	2		2	6		10	
8.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных диф. ур	4	15-16	2		2	4		8	
9	Одношаговые методы Рунге-Кутта.	4	17-18	2		2	6		10	
	Итого по 2 модулю.			8		8	20		36	
				16		18	38			

4.3.Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Интерполяция и основы теории приближения.

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.
Понятие интерполяции, значение интерполяции в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

Тема 2. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.
Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 3. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.
Понятие конечной разности k-ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема4. Численное интегрирование. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

Тема 5. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Вывод простейшей и составной квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

Модуль 2. Численные методы алгебры. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 6. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Тема 7. **Приближенное решение нелинейных алгебраических уравнений**

Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Метод Ньютона**.** Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема **8.Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.**

Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ. Метод Тейлора, основанный на разложении решения задачи Коши в ряд Тейлора. Применение этого метода для нахождения решения задачи Коши в некоторой окрестности начальной точки.

Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.

Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

Тема 9. **Одношаговые методы Рунге-Кутта.**

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Вывод одношаговых формул Рунге-Кутта. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутта. Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Лабораторные занятия

МОДУЛЬ 1 Интерполяция и основы теории приближения. Численное интегрирование.

Тема 1. Интерполяция функции одной переменной.

Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Тема 2. Численное интегрирование.

Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций. Квадратурная формула Симпсона.

МОДУЛЬ 2: Численные методы алгебры. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 1. Прямые методы решения СЛАУ.
Метод Гаусса. Метод квадратного корня. Метод Холецкого.
Тема 2. Итерационные методы решения СЛАУ.
Метод простой итерации решения СЛАУ. Метод Зейделя решения СЛАУ.
Тема 3. Численные методы решения задачи Коши.
Методы Рунге-Кутте решения задачи Коши. Методы Адамса.

5. Образовательные технологии.

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечение для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения лабораторных занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской, компьютерами.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	**Виды и содержание самостоятельной работы**
Модуль 1. Введение.Теория погрешностей. Интерполирование функции.Численное интегрирование	
Таблицы для определения предельной относительной погрешности по числу верных знаков. Погрешность суммы. Погрешность произведения. Погрешность частного.	Изучение таблиц определения предельной относительной погрешности по числу верных знаков и погрешности суммы, произведения и частного.
Квадратурная формула Чебышева для приближенного вычисления определенных интегралов.	Составление конспекта. Изучение алгоритма метода Чебышева.
Конечные разности. Интерполяционная формула ньютона по равностоящим узлам.	Составление конспекта. Изучение алгоритма построения интерполяционного многочлена Ньютона по равностоящим узлам
Модуль 2. Численные методы решения нелинейных уравнений. Численные методы решения	

СЛАУ. Численные методы решения дифференциальных уравнений	
Метод релаксации решения систем линейных алгебраических уравнений	Составление конспекта. Изучение алгоритма метода релаксации решения СЛАУ.
Метод хорд решения нелинейных алгебраических уравнений.	Изучение алгоритма метода хорд решения нелинейных алгебраических уравнений.
Методы решения уравнений в частных производных Физическая и математическая классификация уравнений с частными производными. Метод конечных разностей. Консервативная конечно-разностная схема. Погрешность аппроксимации, сходимость решения маршевых задач. Теорема Лакса	*Обзор методов решения уравнений в частных производных*

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ПК-2	**Знать**: основные численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений. **Уметь**: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ. **Владеть:** навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет
ОПК-2	**Знать:**соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа, основы математического моделирования прикладных задач	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет

	Уметь: строить оптимальные алгоритмы решения возникающих задач. **Владеть:** практическим умением анализировать полученные результаты.	
ОПК-3	**Знать**: основные приемы усовершенствования численных методов применительно к решению задач моделирования электрических цепей. **Уметь**: осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач. **Владеть:** методами алгоритмизации и реализации указанных методов при решении задач в области моделирования электрических цепей.	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью обрабатывать результаты эксперимента»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	**Знать**: основные численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений. **Уметь**: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения	Демонстрирует слабое умение разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений.	Может формулировать задачи и способы их решения	Может эффективно осуществлять выбор программных средств и разработку ПО для решения численных задачалгебры, математического анализа,

	практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ. **Владеть:** навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы			дифференциальных уравнений.

ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследование при решении профессиональных задач.»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	**Знать:**соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа, основы математического моделирования прикладных задач **Уметь:** строить оптимальные алгоритмы решения возникающих задач. **Владеть:** практическим умением	Имеет неполное представление обвыполнении численного эксперимента по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач. Плохо владеет аппаратом и методами анализа.	Допускает неточности в понимании основ выполнения численного эксперимента по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при	Демонстрирует четкое представление об основах выполнения численного эксперимента по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач.Владеета

	анализировать полученные результаты.		решении задач.	ппаратом и методами анализа

ОПК-3
Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью использовать методы анализа и моделирования электрических цепей»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	**Знать**: основные приемы усовершенствования численных методов применительно к решению задач моделирования электрических цепей. **Уметь**: осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач. **Владеть:** методами алгоритмизации и реализации указанных методов при решении задач в области моделирования электрических цепей.	Имеет неполное представление обвыполнении численного эксперимента по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач моделирования электрических цепей..	Допускает неточности в понимании основ выполнения численного эксперимент а по проверке корректност и и эффективнос ти разработанн ых алгоритмов численного решения при решении задач моделирован ия электрическ их цепей..	Демонстрирует четкое представление об основах выполнения численного эксперимента по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения при решении задач моделирования электрических цепей..

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерный перечень тестовых заданий для текущего, промежуточного и итогового контроля.
Модуль 1. Теория погрешностей. Интерполирование функции.Численное интегрирование.

1. Пусть a =61.24024 $\pm$ 0.0012. Указать все верные значения в широком смысле цифры числа a:

1) все цифры верные;
2) нет верных цифр в этом числе;
3) все цифры после запятой;
4) 61.2402;
5) 61.240.

2. Пусть a =0.040081. Значащими цифрами числа a являются:

1) все его цифры;
2) 81;
3) 040081;
4) 40081;
5) нет значащих чисел.

3. Найти абсолютную погрешность приближенного числа a =24279 по его относительной погрешности $\delta = 0.1\%$:

1) $0.24*10^2$;
2) 0.79;
3) 2.79;
4) 7.9;
5) 2.428.

4. Найти абсолютную погрешность приближенного числа a =0.896 по его относительной погрешности $\delta = 10\%$:

1) 0.6;
2) 0.1;
3) 0.06;
4) $0.9*10^{-1}$;
5) $0.8*10^{-1}$.

5. Найти относительную погрешность в % числа a =0.4032 $\pm$ 0.0008:

1) 0.2 %;
2) 2 %;
3) 0.32 %;
4) 3 %;
5) 0.8 %.

6. Пусть $a = 0.03004 \pm 0.00013$. Указать все верные (в широком смысле) значащие цифры числа a:

1) 03004;
2) 0.03004;
3) 3004;
4) 300;
5) 30.

7. Пусть a =681 $\pm$ 0.6. Указать все верные (в широком смысле) значащие цифры числа a:

1) 68;
2) 681;
3) 81;
4) 1;
5) нет верных значащих цифр.

8. Округляя до четырех значащих цифр число 0.0020068, определить абсолютную погрешность полученного приближенного числа:

1) $2*10^{-7}$;
2) $6*10^{-6}$;
3) $7*10^{-6}$;

4) $6*10^{-5}$;
5) $9*10^{-7}$.

9. Найти абсолютную погрешность приближенного числа a=0.896 по его относительной погрешности $\delta = 10\%$:
6) 0.6;
7) 0.1;
8) 0.06;
9) $0.9*10^{-1}$;
10) $0.8*10^{-1}$.

10. Округляя до трех значащих цифр число 0.01204, определить абсолютную погрешность полученного приближенного числа:
1) 0.04;
2) 0.002;
3) 0.001;
4) $0.2*10^{-4}$;
5) $0.4*10^{-4}$.

11. Интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x)$, построенный по ее значениям в узлах $x_0, x_1, \ldots, x_n$, имеет вид:

1) $\sum_{i=0}^{n} f(x_j)\prod_{j\neq i}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}$;

2) $\sum_{i=0}^{n} f(x_i)\prod_{j\neq i}\frac{x-x_j}{x_j-x_i}$;

3) $\sum_{i=0}^{n} f(x_i)\prod_{j\neq i}\frac{x-x_i}{x_j-x_i}$;

4) $\sum_{i=0}^{n} f(x_j)\prod_{j\neq i}\frac{x-x_i}{x_i-x_j}$;

5) $\sum_{i=0}^{n} f(x_i)\prod_{j\neq i}\frac{x-x_j}{x_i-x_j}$.

12. Для функции $f(x) = (1-4x)\sin \pi x$ строится интерполяционный многочлен $L_2(x)$ по ее значениям в узлах $x_0 = 0$, $x_1=\frac{1}{4}$, $x_2=\frac{1}{2}$. Найти $R_2 = |\, f(\frac{1}{6}) - L_2(\frac{1}{6})\,|$.

1) $\frac{2}{75}$; 2) $\frac{3}{122}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{1}{60}$; 5) $\frac{2}{101}$.

13. Для функции $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$ строится интерполяционный многочлен по ее значениям в узлах $x_0 = \frac{1}{10}, x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = \frac{3}{10}, x_3 = \frac{2}{5}$. Найти погрешность интерполяции:

0.001; 2) $\frac{2}{10001}$; 3) 0.005; 4) это невозможно; 5) 0.

14. Пусть $f(x) = \frac{x-x^2}{1+\sin \pi x}$. Вычислить разделенную разность $f(0;\frac{1}{2};1)$.

1)- $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) -$\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) -$\frac{1}{4}$.

15. Пусть $f(x) = (x-3x^2)\sin 2\pi x$. Вычислить разделенную разность $f(0;\frac{1}{4};\frac{1}{3};1)$.

1) 1; 2)2; 3)3; 4)4; 5)5.

16. Интерполяционный многочлен для функции $f(x)=\dfrac{x\sin 2\pi x}{x+1}$ по ее значениям в узлах $x_0=0, x_1=\dfrac{1}{12}, x_2=\dfrac{1}{2}$ имеет вид:

1) $2x^2-x$; 2) $\dfrac{x-2x^2}{3}$;

3) $\dfrac{36(x-2x^2)}{65}$; 4) x^2-2x^3; 5) $\dfrac{2x-x^2}{2}$.

17. Для функции $f(x)=(x-x^2)\sin^2 3\pi x$ построен интерполяционный многочлен $L_2(x)$ по ее значениям в узлах $x_0=0, x_1=\dfrac{1}{6}, x_2=\dfrac{1}{3}$.

Найти $|\,f(\frac{1}{4})-L_2(\frac{1}{4})\,|$:

1) $\dfrac{1}{96}$; 2) $\dfrac{1}{100}$; 3) $\dfrac{2}{101}$; 4) $\dfrac{1}{25}$; 5) $\dfrac{1}{50}$.

18. Пусть $f(x)=x^3+\sin\pi x$. Разделенная разность $f(0;1;2;...;10)$ равна:

1) 0; 2) 10^{-3}; 3) 10^3; 4) 3; 5) 1.

19. Пусть $f(x)=\dfrac{\sin\pi x}{2}$. Разделенная разность $f(0;1;2;3;4)$ равна:

1) $\dfrac{1}{7}$; 2) 0; 3) $\dfrac{1}{5}$; 4) $\dfrac{1}{4}$; 5) $\dfrac{1}{3}$.

20. Пусть $f(x)=\sin 6\pi x.$ Вычислить разделенную разность $f(0;\frac{1}{4};\frac{1}{3};\frac{1}{2})$.

1)–192; 2)-$\dfrac{140}{3}$; 3)$\dfrac{121}{2}$; 4)0; 5)180.

26. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^1 x(1-2x)dx$, вычисленное по квадратурной формуле левых прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на три равные части. Найти |В-А|.

1) $\dfrac{7}{54}$; 2) $\dfrac{3}{22}$; 3) $\dfrac{5}{37}$; 4) $\dfrac{7}{36}$; 5) $\dfrac{4}{27}$.

27. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^1 x(1-2x)dx$, вычисленное по квадратурной формуле правых прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на три равные части. Найти |А-В|.

1) $\dfrac{9}{70}$; 2) $\dfrac{5}{92}$; 3) $\dfrac{8}{37}$; 4) $\dfrac{11}{54}$; 5) $\dfrac{2}{21}$.

28. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^1 x(1-2x)dx$, вычисленное по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на три равные части. Найти |А-В|.

1) $\frac{1}{10}$;   2) $\frac{2}{9}$;   3) $\frac{1}{54}$;   4) $\frac{4}{31}$;   5) $\frac{5}{21}$.

29. Квадратурная формула средних прямоугольников имеет вид:

1) $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=1}^{N} f(a+ih)$;

2) $\int_a^b f(x)dx \approx h(f(a)+f(b)+\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih))$;

3) $\int_a^b f(x)dx \approx h(\frac{f(a)+f(b)}{2}+\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih))$;

4) $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=1}^{N-1} f(a+i\frac{h}{2})$;

5) $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=1}^{N-1} f(a+(i+\frac{1}{2})h)$.

30. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^1 (3x-1)dx$, вычисленное по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 20 равных частей. Найти |А-В|.

1) $\frac{1}{50}$;   2) 0;   3) $\frac{1}{100}$;   4) $\frac{2}{101}$;   5) $\frac{2}{201}$.

31. Пусть В- значение интеграла $A=\int_0^2 (2x-3)dx$, вычисленное по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 20 равных частей. Найти |А-В|.

1) 0; 2) $\frac{1}{100}$; 3) $\frac{3}{100}$; 4) $\frac{2}{201}$; 5) $\frac{1}{200}$.

32. Вычислить интеграл $\int_0^1 |\sin 2\pi x|\, dx$ по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 2 равные части.

1) $\frac{2}{3}$;   2) $\frac{3}{\pi}$;   3) 1;   4) $\frac{2}{\pi}$;   5) $\frac{5}{6}$.

33. Квадратурная формула трапеций имеет вид:

1) $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=0}^{N} f(a+ih)$;

2) $\int_a^b f(x)dx \approx h\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}+\sum_{i=0}^{N-1} f(a+ih)\right]$;

3) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\sum\limits_{i=0}^{N} f(a+ih) \right]$;

4) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx h\left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum\limits_{i=1}^{N-1} f(a+ih) \right]$;

5) $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + \sum\limits_{i=0}^{N-1} f(a+ih) \right]$.

34. Пусть B- значение интеграла $A = \int\limits_0^1 x\,|1-2x|\,dx$, вычисленное по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Найти |A-B|.

1) $\frac{9}{16}$; 2) $\frac{3}{20}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{10}$; 5) 0.

35. Пусть B- значение интеграла $A = \int\limits_0^1 x^2\,|1-2x|\,dx$, вычисленное по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Найти |A-B|.

1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{16}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) $\frac{1}{25}$.

36. Пусть B- значение интеграла $A = \int\limits_0^1 x\,|3x-2|\,dx$, вычисленное по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на три равные части. Найти |A-B|.

1) $\frac{1}{20}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{29}$; 4) $\frac{2}{71}$; 5) $\frac{17}{216}$.

37. Пусть B- значение интеграла $A = \int\limits_0^1 x^3 dx$, вычисленное по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Найти |A-B|.

1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{1}{20}$; 3) $\frac{2}{31}$; 4) $\frac{3}{40}$; 5) $\frac{5}{98}$.

38. Пусть B- значение интеграла $A = \int\limits_0^1 x(1-|1-2x|)dx$, вычисленное по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на три равные части. Найти |A-B|.

1) $\frac{1}{36}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{9}$.

39. Найти значение интеграла $\int\limits_0^1 (1-|1-2x|)dx$ по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на четыре равные части.

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 0; 5) $\frac{2}{5}$.

40. Вычислить интеграл $\int_0^1 |\sin 2\pi x|\,dx$ по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на четыре равные части.

1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{2}$.

41.Пусть $x_i = x_0 + ih, i \in Z, h > 0$. Формула численного дифференцирования второго порядка точности имеет вид:

1) $f'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h}$;

2) $f'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - f(x_{-1})}{2h}$;

3) $f'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - f(x_{-1})}{h}$;

4) $f'(x_0) \approx \frac{f(x_1) - 2f(x_0) + f(x_{-1})}{h}$;

5) $f'(x_0) \approx \frac{2f(x_1) - f(x_0)}{h}$.

42. Пусть $x_i = x_0 + ih, i \in Z, h > 0$. Формула численного дифференцирования второго порядка точности имеет вид:

1) $f''(x_0) \approx \frac{3f(x_2) - 2f(x_1) - f(x_0)}{h^2}$;

2) $f''(x_0) \approx \frac{f(x_2) - f(x_0)}{h^2}$;

3) $f''(x_0) \approx \frac{f(x_2) - 2f(x_1) + f(x_0)}{h^2}$;

4) $f''(x_0) \approx \frac{f(x_0) + f(x_1) - 2f(x_2)}{h^2}$;

5) $f''(x_0) \approx \frac{f(x_1) - 2f(x_0) + f(x_{-1})}{h^2}$.

43. Пусть $x_i = ih, i \in Z, h > 0$. Найти приближенно $f'(x_0)$, используя только значения $f(x_1)$ и $f(x_{-1})$, если $f(x) = \frac{x}{1+x}$:

1) $\frac{1}{1-h^2}$; 2) $\frac{h}{1-h^2}$; 3) h; 4) $\frac{1}{1+h}$;

5) $\frac{1}{1-h}$.

44. Пусть $x_i = ih, i \in Z, h > 0$. Найти приближенно $f'(x_0)$, используя только значения $f(x_1)$ и $f(x_{-1})$, если $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$:

1) $\frac{h}{1+h^2}$; 2) $\frac{h}{1+h^2}$; 3) $\frac{1}{1+h^2}$; 4) $-\frac{h}{1+h^2}$;

5) $-\frac{h}{1+h^2}$.

45. Пусть $x_i = ih, i \in Z, h > 0$. Найти приближенно $f'(x_i)$, используя только значения $f(x)$ в узлах x_{i+1} и x_{i-1}, если $f(x) = x^3 + 1$.

1) $(3i^3+1)h^2$; 2) $(3i^3-1)h^2$; 3) $(1-3i^2)h^2$;

4) $\frac{3i^2+1}{i^2+1}h^2$; 5) $\frac{i^2+1}{i^2+1}h^2$.

46.Пусть $x_i = ih, i \in Z, h > 0$. Найти приближенно $f''(x_0)$, используя только значения $f(x_0), f(x_{-1})$ и $f(x_1)$, если $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

1) $-\frac{2}{h^2+1}$; 2)$-\frac{2}{(h^2+1)^2}$; 3)$\frac{2}{h^2+1}$; 4)$\frac{2h}{h^2+1}$;

6) $-\frac{2h}{h^2+1}$.

47. Пусть $x_i = ih, i \in Z, h > 0$. Найти приближенно $f''(x_0)$, используя только значения $f(x_0), f(x_{-1})$ и $f(x_1)$, если $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

1) $\frac{2h}{1-h}$; 2) $-\frac{2}{1-h^2}$; 3) $-\frac{2h}{1-h}$; 4) $\frac{2h}{1-h^2}$;

5) $\frac{h}{1-h^2}$.

48. Найти конечную разность вперед $\Delta^3 f_0$, если $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2, x_i = 0.1 * i, i \in Z$:

1) 0.006; 2)0; 3)0.003; 4)–0.003; 5)6.

49. Найти конечную разность вперед $\Delta^4 f_1$,если $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 4x + 1, x_i = i, i \in Z$

1) 0; 2)24; 3)12; 4)48; 5)16.

50. Пусть $\Delta^2 f_0$ - конечная разность вперед для функции $f(x) = x^3 - x^2, x_i = ih, i \in Z$

Найти положительное решение уравнения $\Delta^2 f_0 + h^2 = 0$:

1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) $\frac{1}{10}$.

Модуль 2. Численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Численные методы решения дифференциальных уравнений

1.Метод Ньютона применяется к нахождению приближенного решения уравнения $f(x) \equiv x^2 - 2 = 0$, взяв за начальное приближение $x_0 = 1$. Найти второе приближение x_2 к решению этого уравнения и невязку $r = f(x_2)$.

1) $x_2 = \frac{17}{12}, r = \frac{1}{144}$; 2) $x_2 = \frac{7}{4}, r = \frac{3}{64}$; 3) $x_2 = \frac{3}{2}, r = \frac{1}{4}$;

4) $x_2 = \frac{280}{209}, r = \frac{7}{209}$; 5) $x_2 = \frac{7}{3}, r = \frac{1}{81}$.

2. Метод Ньютона применяется к нахождению приближенного решения уравнения $f(x) \equiv x^3 - 2 = 0$, взяв за начальное приближение $x_0 = 1$. Найти второе приближение x_2 к решению этого уравнения.

1) $\frac{81}{64}$; 2) $\frac{61}{48}$; 3) $\frac{91}{72}$; 4) $\frac{56}{39}$; 5) $\frac{101}{85}$.

3. Найти третье приближение к решению уравнения $x^3 + x - 3 = 0$ на отрезке $[1;2]$ методом половинного деления.

1) $\frac{9}{7}$; 2) $\frac{9}{8}$; 3) $\frac{5}{4}$; 4) $\frac{6}{5}$; 5) $\frac{7}{6}$.

4. Найти второе приближение к решению уравнения $x^4 + x - 3 = 0$ на отрезке $[1;2]$ методом половинного деления.

1) $\frac{5}{4}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{7}{4}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{9}{8}$.

5. Найти все положительные значения a такие, что третье приближение к решению уравнения $x^2 + x = a$ на отрезке $[0;1]$ методом половинного деления равна $\frac{3}{8}$.

1) $a \in (\frac{1}{3};1)$; 2) $a \in (\frac{1}{4};\frac{3}{4})$; 3) $a \in (1,+\infty)$;

4) $a \in (\frac{5}{16};\frac{3}{4})$; 5) $a \in (\frac{5}{12};\frac{5}{6})$.

6. Метод Ньютона применяется к нахождению приближенного решения уравнения $f(x) \equiv x^2 + 2x - 1 = 0$, взяв за начальное приближение $x_0 = 0$. Найти второе приближение x_2 к решению и невязку $r = f(x_2)$.

1) $x_2 = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{4}$; 2) $x_2 = \frac{2}{3}, r = \frac{7}{9}$; 3) $x_2 = \frac{7}{15}, r = \frac{34}{225}$;

4) $x_2 = \frac{5}{12}, r = \frac{1}{144}$; 5) $x_2 = \frac{2}{5}, r = -\frac{1}{25}$.

7. Метод Ньютона применяется к решению уравнения $f(x) \equiv x^3 + x - 3 = 0$, взяв за начальное приближение $x_1 = 1$. Найти второе приближение x_2 к решению этого уравнения.

1) $x_2 = \frac{7}{9}$; 2) $x_2 = \frac{11}{7}$; 3) $x_2 = \frac{9}{15}$; 4) $x_2 = \frac{21}{17}$;

5) $x_2 = \frac{17}{14}$.

8. Метод Ньютона применяется к решению уравнения $f(x) \equiv x^3 + 3x - 1 = 0$, взяв за начальное приближение $x_0 = 0$. Найти второе приближение x_2 к решению этого уравнения.

1) $\frac{27}{67}$; 2) $\frac{43}{117}$; 3) $\frac{35}{103}$; 4) $\frac{31}{95}$; 5) $\frac{29}{90}$.

9. Последовательные приближения к решению уравнения $f(x) = 0$ в методе Ньютона определяются по формулам:

1) $x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$; 2) $x_{n+1} = x_n - \frac{f'(x_n)}{f(x_n)}$;

3) $x_{n+1} = x_{n-1} + \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$; 4) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$;

5) $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{2f'(x_n)}$.

10. Известно, что метод Ньютона $x_{n+1} = \dfrac{3x_n^4 + 4x_n^3 + 1}{4x_n^3 + 6x_n^2 + 1}$ сходится. Он сходится к решению уравнения:

1) $x^4 + 2x^3 + x - 1 = 0$; 2) $3x^4 + 4x^3 + 1 = 0$;
3) $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 1 = 0$; 4) $4x^3 + 6x^2 + x - 1 = 0$;
5) $3x^3 + 6x^2 + x - 1 = 0$.

11. Найти третью норму матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$:

1) $\| A \|_3 = 2$; 2) $\| A \|_3 = \sqrt{2}$; 3) $\| A \|_3 = 1$;

4) $\| A \|_3 = 0.5$; 5) $\| A \|_3 = \sqrt{5}$.

12. Найти третью норму матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$:

1) $\sqrt{10}$; 2) 3; 3) $\sqrt{8}$; 4) $\sqrt{7}$; 5) $\sqrt{6}$.

1 3. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Найти $q = \dfrac{\| b \|_1}{\| A \|_1} + \dfrac{\| b \|_2}{\| A \|_2}$.

1) $\dfrac{5}{3}$; 2) $\dfrac{12}{7}$; 3) $\dfrac{13}{6}$; 4) $\dfrac{11}{6}$; 5) $\dfrac{4}{3}$.

14.Пусть

$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & -a & -1 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix}$, решить уравнение $\| A \|_1 + \| A \|_2 = 13$

1) {-3;3}; 2)4 ; 3){-1;1}; 4)4; 5){-2;2}.

15. Пусть

$A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, решить неравенство $\| A \|_2 \leq 6$.

1) $a \in (-\infty; 2)$; 2) $a \in [-1;1]$; 3) $a \in [-2;2]$;

4) [0;2]; 5) $a \in [0;1]$.

16. Пусть $A = \begin{pmatrix} -a & 2 \\ 3 & 2a \end{pmatrix}$, решить уравнение $2 \| A \|_2 = 7$.

1) $\{-\frac{3}{4};\frac{3}{4}\}$; 2) $\{\frac{3}{4}\}$; 3) $\{\frac{3}{4};1\}$; 4) $\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\}$;

5) $\{-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\}$.

17. Пусть $A=\begin{pmatrix}-a & -2\\ 3 & 2a\end{pmatrix}$. Решить неравенство $\|A\|_1 \le 7$:

1) $a\in[-5;5]$; 2) $a\in[-2;2]$; 3) $a\in[-1;1]$;

4) $a\in[0;3]$; 5) $a\in[0;2]$.

18. Найти второе приближение к решению системы.

$$\begin{cases} x_1=-0.2x_1-0.2x_2+0.1x_3+2;\\ x_2=0.1x_1+0.1x_2-0.2x_3+1;\\ x_3=0.1x_1-0.1x_2-1.\end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix}1.3\\1.5\\-0.9\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1.21\\1.82\\-1.02\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}1.5\\1.3\\-1.1\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix}1{,}3\\1{,}2\\-0{,}8\end{pmatrix}$.

19. Найти второе приближение к решению системы.

$$\begin{cases} x_1=0.1x_1+0.2x_2+0.3x_3+1;\\ x_2=0.1x_1-0.2x_3-1;\\ x_3=0.2x_1+0.2x_2+0{,}2x_3+2.\end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix}1.5\\1.3\\2\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1.4\\-1.3\\2.4\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}1.5\\-1.3\\2.4\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}1.3\\-1.5\\-2\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.

20. Найти второе приближение к решению системы.

$$\begin{cases} x_1=0.2x_1-0.1x_2+0.2x_3+2;\\ x_2=-0.1x_1+0.2x_3-2;\\ x_3=0.3x_1+0.1x_2-0{,}1x_3+3.\end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 3{,}2 \\ -2{,}6 \\ 3{,}1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2{,}8 \\ -2{,}4 \\ 2{,}6 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 3{,}2 \\ -2{,}6 \\ 3{,}2 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 3{,}3 \\ -2{,}6 \\ 3{,}1 \end{pmatrix}$.

21. Найти первое приближение к решению системы

$$\begin{cases} x_1 = 0.2x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1; \\ x_2 = 0.1x_1 + 0{,}4x_3 + 2; \\ x_3 = -0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 1 \end{cases},$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix} 1.2 \\ 2.5 \\ 1.4 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 0.8 \\ 2.5 \\ 1.4 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 0.8 \\ 2.4 \\ 1.3 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 0.8 \\ 2.5 \\ 1.3 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2.5 \\ 1.3 \end{pmatrix}$.

22. Метод простой итерации $X^{k+1} = Bx^k + c$ для системы $x = Bx + c$ с $B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ a^2 & -a \end{pmatrix}$

расходится при любом начальном приближении, если:

1) $a = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$; 2) $a = \dfrac{1}{\pi}$; 3) $a = -e^{-1}$; 4) $a = \int_0^1 \dfrac{\sin \pi x}{x+3} dx$;

5) $a = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

23. Найти первое приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1 \end{cases}$$

методом Зейделя, взяв вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.2 \\ 1.08 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.2 \\ 1.1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1.1 \\ -1.12 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1.5 \\ -0.85 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1.2 \\ -0.92 \end{pmatrix}$.

24. Найти первое приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.4x_1 + 0.1x_2 + 1, \\ x_2 = -0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_3 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 - 1 \end{cases}$$

методом Зейделя, взяв вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ -0.5 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ -0.82 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1.8 \\ -0.72 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1.9 \\ -0.85 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2.1 \\ -0.55 \end{pmatrix}$.

25. Найти первое приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.3x_1 + 0.1x_2 - 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.4x_1 + 0.1x_3 - 1, \\ x_3 = -0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.1x_3 + 1 \end{cases}$$

методом Зейделя, взяв вектор $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ за начальное приближение.

1) $\begin{pmatrix} 2 \\ -0.2 \\ 0.56 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 \\ -0.4 \\ 0.44 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} 2 \\ -0.2 \\ 0.56 \end{pmatrix}$.

26. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x^2+1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке [0;0,4], разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \le x \le 0,4} \left| y(x) - x^2 - 1 \right|.$$

27. Методом Эйлера с шагом $h = 0{,}1$ найти приближенно $y(0{,}3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

28. Описать как найти $y(0{,}5)$, используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h\frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h = 0{,}1$, как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

29. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

30. Найти методом прогонки $y(0{,}2)$, где $y(x)$ - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \dfrac{y}{x^2+1} = 1, \ 0 < x < 0{,}3, \\ y(0) = 1, \ y(0{,}3) = 1{,}09. \end{cases}$$

31. Найти методом стрельбы $y(1{,}2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, \ 1 < x < 1{,}3, \\ y(1) = 0, \ \ y(1{,}3) = 0{,}69. \end{cases}$$

Ориентировочный перечень вопросов к зачету по всему курсу

Вариант 1

1. Отделить один из действительных корней нелинейного алгебраического уравнения $x^3 + 3x - 1 = 0$.
2. Найти первое приближение одного из корней нелинейного уравнения $x^3 + 3x - 2 = 0$ методом Ньютона, выбрав нулевое приближение x_0 из условия $f(x_0) f^{//}(x_0) > 0$.
3. Показать, что итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ для приведенного нелинейного уравнения $x = 1 - \frac{1}{5}x^4$ на отрезке $[0;1]$ сходится при $x_0 \in [0;1]$.
4. Найти приближенное значение интеграла $\int\limits_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ методом центральных прямоугольников, взяв шаг $h = 0.5$.
5. Найти приближенное значение интеграла $\int\limits_0^1 \frac{1}{1+x}dx$ методом трапеций, взяв шаг $h = 1$.
6. Найти приближенное значение интеграла $\int\limits_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$ методом Симпсона, взяв шаг $h = 0.5$.
7. Для функции $f(x) = \frac{1}{2+x}$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа по узлам $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$.
8. Найти разделенную разность $f\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, где $f(x) = \sin x$.

9. Найти $\|A\|_1, \|A\|_2, \|A\|_3$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Найти первое приближение к решению системы: $\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (1;-1;2)$ за начальное приближение.

10. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x^2+1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке [0;0,4], разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \le x \le 0,4} \left| y(x) - x^2 - 1 \right|.$$

Вариант 2

11. Отделить один из действительных корней нелинейного алгебраического уравнения $x^3 + x - 1 = 0$.
12. Найти первое приближение одного из корней нелинейного уравнения $x^3 + 2x - 2 = 0$ методом Ньютона, выбрав нулевое приближение x_0 из условия $f(x_0) f^{//}(x_0) > 0$.
13. Показать, что итерационный процесс $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ для приведенного нелинейного уравнения $x = 1 - \frac{1}{7}x^4$ на отрезке $[0;1]$ сходится при $x_0 \in [0;1]$.
14. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ методом левых прямоугольников, взяв шаг $h = 0.5$.
15. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^1 \frac{x}{1+x}dx$ методом трапеций, взяв шаг $h = 1$.
16. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^1 \frac{1}{x^2+1}dx$ методом Симпсона, взяв шаг $h = 0.5$.
17. Для функции $f(x) = \frac{x}{2+x}$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа по узлам $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$.

18. Найти разделенную разность $f\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, где $f(x)=\cos x$.

19. Найти $\|A\|_1, \|A\|_2, \|A\|_3$, если $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Найти первое приближение к решению системы: $\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 - 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (1;-1;2)$ за начальное приближение.

11. Методом Эйлера с шагом $h=0{,}1$ найти приближенно $y(0{,}3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0)=0. \end{cases}$$

Контрольная работа 1

1. Найти второе приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (0;0;0)$ за начальное приближение.

2. Найти $E + A + A^2 + \ldots$, если $A=\begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $A=\begin{pmatrix} a & -a \\ \dfrac{a}{2} & a \end{pmatrix}$. Найти все значения a, при которых ряд $E + A + A^2 + \ldots$ сходится.

4. Пусть $A=\begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Решить неравенство $\|A\|_2 \le 6$

Контрольная работа 2

1. Для функции $f(x)=\dfrac{3x}{4x+2}$ по ее значениям в узлах $0,\ \dfrac{1}{2},\ 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти

погрешность интерполяции в точке $x = \frac{1}{4}$.

(10б)

2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0;\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4};1)$.

(7б)

3. Пусть $f(x) = x^3 + x,\ \ x_i = ih,\ \ i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.

(7б)

4. Пусть $a = 3{,}62 \pm 0{,}04;\ \ b = 0{,}2 \pm 0{,}08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c.

(6б)

Контрольная работа 3

1. Найти приближенное значение $I_{пр}$ интеграла

$$I = \int_1^2 |3-2x| x dx,$$

по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{пр}|$.

2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл

$$\int_{-1}^{2} \frac{x}{2+x} dx$$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

3 Объяснить как вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{e^{-2x^2} \sin x}{4+x^2} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Контрольная работа 4

1. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x^2+1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке [0;0,4], разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \le x \le 0,4} |y(x) - x^2 - 1|.$$

2. Методом Эйлера с шагом $h=0{,}1$ найти приближенно $y(0{,}3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти $y(0{,}5)$, используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h\frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h=0{,}1$, как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

Контрольная работа 5

1. Найти методом прогонки $y(0{,}2)$, где $y(x)$ - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \dfrac{y}{x^2+1} = 1, \ 0 < x < 0{,}3, \\ y(0) = 1, \ y(0{,}3) = 1{,}09. \end{cases}$$

2. Найти методом стрельбы $y(1{,}2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, \ 1 < x < 1{,}3, \\ y(1) = 0, \ \ y(1{,}3) = 0{,}69. \end{cases}$$

3. Показать, что разностная схема

$$\begin{cases} \dfrac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - 2x_n y_n = \dfrac{e^{x_{n+1}} + e^{x_{n-1}}}{2}, \ n = 1, 2, \dots, N-1, \\ y_0 = 0, \ y_N = 1 \end{cases}$$

на сетке $\{x_n = nh\}$ аппроксимирует задачу

$$\begin{cases} y'' - 2xy = e^x, \ 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, \ y(1) = 1 \end{cases}$$

со вторым порядком.

Вопросы к зачету:

1. Что означает запись:
1) $a = 2{,}747 \pm 0{,}001$; 2) $a = 0{,}4685(1 \pm 0{,}02)$?
2. Как оценить относительную погрешность произведения $u.v$ или частного $\dfrac{u}{v}$?
3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности ?
4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции ?

5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции $f(x)$ по ее значениям в узлах $x_0, x_1, ..., x_n$?
6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции $f(x)$:

x	1	1,2	1,5	1,6
$f(x)$	0,87	0,97	0,80	0,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти $f(0{,}75)$ для табличной функции $f(x)$:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	2,13	1,88	1,25	1,00	1,20

8. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;...;100)$, если $f(x) = x(x-1)(x-2)...(x-99)$.
9. Найти конечную разность $\Delta^4 f_1$, если $x_i = ih$, $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2$.
10. Где используются конечные разности?
11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$.
12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2})dx$. Сравнить полученное значение с точным.
13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок [0,1], чтобы вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1}dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?
14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок [0,1], чтобы вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2}dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле Симпсона?
15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int_2^3 f(x)dx$.
16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.
17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти

$$\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \ b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + ...,$ если $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$? Если сходится, то найти ее сумму.
19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c,$ где

$$B = \begin{pmatrix} 0{,}1 & -0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & -0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & -0{,}1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.
20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы $x = Bx + c,$ если $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$?
21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2.$ За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?
22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3.$ За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

Задания к зачету:

№1.

1. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
2. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости.
3. Методом Эйлера с шагом h=0.1 найти решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = y - x^2 + 2x, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

в точке x=0.2.

№ 2

Интерполяционный многочлен Лагранжа, определение, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны.

3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |1-4x|dx$ по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить их.

№ 3

1. Остаточный член интерполяционного многочлена Лагранжа.
2. Теорема об оценке погрешности метода простой итерации решения СЛАУ.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |x-2x^2|dx$ по квадратурной формуле трапеции, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить его с вычисленным по квадратурной формуле.

№ 4

1. Разделенные разности и их свойства.
2. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие сходимости.
3. Найти второе приближение к решению уравнения $x^3 - x - 3 = 0$ методом Ньютона, выбрав начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сходился.

№ 5

1. Интерполяционный многочлен Ньютона, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Построить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс к решению уравнения $x^3 - 4x + 1 = 0$. Найти второе приближение к решению и оценить его погрешность.

№ 6

1.Конечные разности и их свойства.
2. Метод простой итерации приближенного решения нелинейного уравнения. Теорема о его сходимости и оценке погрешности.
3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f)x) = x/(2+x)$ по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1.$ Оценить погрешность интерполяции на всем отрезке по формуле остаточного члена.

№ 7

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа, вывод формулы.
2. Метод Ньютона приближенного решения одного уравнения с одним неизвестным. Сходимость, оценка погрешности.
3. Для функции $f(x) = (2x-1)/x$ построить интерполяционный многочлен Ньютона по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 1,\ x_1 = 1.25,\ x_2 = 1.5.$ Оценить

погрешность интерполяции на отрезке $[1,1.5]$ по формуле остаточного члена.

№ 8

1 Квадратурные формулы прямоугольников. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши дляОДУ первого порядка.
3. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;...;100)$, если $f(x)=x(x-1)...(x-99)$.

№ 9

1. Квадратурные формулы трапеций. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Численный метод Эйлера решения задачи Коши дляОДУ первого порядка.
3. Функция f(x) задана таблично:

x	0	5/4	3/2
$f(x)$	1/2	5/9	3/5

Вычислить $f'(1)$, полагая $f'(x)\approx L_n'(x)$), где $L_n(x)$ – интерполяционный многочлен, построенный по значениям $f(x)$ в заданных узлах.

№ 10

1. Квадратурные формулы Симпсона. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Методы Рунге-Кутта решения задачи Коши дляОДУ первого порядка. Вывод формул второго порядка точности.
3. Пусть $f(x)=(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)$, x_i различны. Показать, что $f(x_0;x_1;...;x_p)=0$ при $p\le n$.

№ 11

1. Правило Рунге практической оценки погрешности.
2. Оценка погрешности одношаговых методов.
3. Найти конечную разность четвертого порядка $\Delta^4 f_1$ для функции $f(x)=x-\sin\pi x$, если $x_i=0.5i,\ i\in Z$.

№ 12

1. Нормы векторов и матриц. Три нормы векторов. Сходимость последовательностей векторов и матриц.
2. Основные понятия теории разностных схем (узел, сетка, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости).
3 Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс к решению системы

$$\begin{cases} 5x+2y-2z=11, \\ 2x+5y-z=13, \\ 3x \quad\quad +4z=-1. \end{cases}$$

Найти 2 последовательных приближения к решению и оценить погрешность.

№ 16

1. Абсолютные и относительные погрешности суммы, разности, произведения и частного.
2. Оценка погрешности одношаговых методов.

3. Составить сходящийся итерационный процесс Зейделя к решению системы

$$\begin{cases} 5x - 2y - 8, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

Найти 3 последовательных приближения к решению. Сравнить третье приближение с точным решением.

Примерный перечень тем текущего контроля.

1. *Абсолютная и относительная погрешности.*
2. *Основные источники погрешностей.*
3. *Десятичная запись приближенных чисел. Значащая цифра. Число верных знаков.*
4. *Связь относительной погрешности приближенного числа с количеством верных знаков этого числа.*
5. *Отделение корней нелинейного алгебраического уравнения.*
6. *Метод деления отрезка пополам. Оценка погрешности.*
7. *Метод Ньютона решения нелинейных уравнений. Оценка погрешности.*
8. *Метод простой итерации решения нелинейных алгебраических уравнений. Оценка погрешности.*
9. *Задача интерполирования.*
10. *Интерполяционный многочлен Лагранжа.*
11. *Разделенные разности и их свойства.*
12. *Интерполяционный многочлен Ньютона.*
13. *Квадратурная формула левых прямоугольников. Оценка погрешности.*
14. *Квадратурная формула правых прямоугольников. Оценка погрешности.*
15. *Квадратурная формула средних прямоугольников. Оценка погрешности.*
16. *Квадратурная формула трапеций. Оценка погрешности.*
17. *Квадратурная формула Симпсона. Оценка погрешности.*
18. *Конечные разности.*
19. *Формулы нахождения приближенного значения производной в точке.*
20. *Норма матрицы. Три канонические нормы матрицы.*
21. *Матричные ряды. Матричная геометрическая прогрессия.*
22. *Прямые методы решения СЛАУ. Вектор невязки.*
23. *Метод итерации решения СЛАУ. Оценка погрешности.*
24. *Метод Зейделя решения СЛАУ. Оценка погрешности*

25. *Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений*
26. *Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений*
27. *Обзор методов решения уравнений в частных производных*

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля – 50 % и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,

- выполнение лабораторных работ - 35 баллов,

- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 35 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

зачет - 100 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а)основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. Наука, 1987.
2. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения). М. Высшая школа, 2000.
3. Сборник задач под редакцией Монастырного П.И. Минск, 1969.
4. В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. Вычислительные методы т.1 и т.2 М.: Наука, 1976, 1977.
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2011
6. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010
7. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И.Приближенное вычисление интегралов.

Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010.

б) дополнительная литература

8. У.Г. Пирумов. Численные методы. М.: Дрофа, 2003.
9. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.
10. Бахвалов Н.С., Лапин А.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М. Высшая школа, 2000.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование http://edu.ru;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситетаhttp://elib.dgu.ru/?q=node/256;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет http://catalog.iot.ru/index.php;
4. Электронная библиотека http://elib.kuzstu.ru.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008.http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

Дисциплина «Численные методы решения алгебраическихи дифференциальных уравнений» содержит 2 модуля. Оба модуля изучаются в 4 семестре. Эти модули имеют определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Именно при изучении этих модулей должны развиваться компетенции: общекультурные ОК-7, общепрофессиональных –ОПК-2, ОПК-3.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении лабораторных занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

Текущий контроль (ТК) - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз две недели. Формы: тестовые оценки в ходе лабораторных занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Промежуточный контроль (ПК) - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: тест из 7−10 заданий. Тестирование проводится в компьютерных классах в часы самостоятельной работы студентов по заранее составленному расписанию.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

Итоговый контроль по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: зачет в 4 семестре. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 4 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: «Зачтено» - 51−100 условных баллов; “Незачтено” - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “затено”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.

Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.