

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Дискретная математика**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

**01.03.02 – Прикладная математика и информатика**

Профиль подготовки

**Математическое моделирование и вычислительная математика**

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

Форма обучения

**очная**

Статус дисциплины: **базовая**

**Махачкала - 2017**

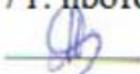
Рабочая программа дисциплины: **Дискретная математика мат лог.**  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**  
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент **Рагимханов В.Р.**

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель



Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением 30.03.2017 г.





## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Дискретная математика» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению **01.03.02** –

### Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией множеств, алгеброй логики, основами современной теории графов, классическими алгоритмами на графах, спецификой их применения, теорией алгоритмов, сжатием и хранением информации, теорией кодирования.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-3.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета**.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в 144 академических часа по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации			
2	144	32	-	32	-	-	80	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины.

Цель преподавания дисциплины является освоение студентами фундаментальных знаний в области дискретного анализа и выработка практических навыков применения этих знаний. В частности, в курсе рассматриваются основные понятия, базовые элементы дискретной математики такие, как множества и отношения, некоторые вопросы теории чисел, комбинаторный анализ, алгебраические структуры, булевы функции, логические исчисления, графы и алгоритмы на графах, связность, кодирование и т.д.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «**Дискретная математика**» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению **01.03.02 – Прикладная математика и информатика**.

**Дискретная математика** является одним из востребованных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. ее методы находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики, в частности, в информатике, в экономике, в специализированных курсах (представления данных, экстремальных задач, математической логики, теории вероятностей).

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<p><b>Знать:</b> об основных понятиях и методах, используемых в современной дискретной математике; основы алгоритмизации, основы оптимального представления входных данных, принципы поиска оптимальных структур, удовлетворяющих тем или иным свойствам</p> <p><b>Уметь:</b> формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения, представления дискретных структур в памяти.</p>
ОПК-2	способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.	<p><b>Знать:</b> о многообразии задач, возникающих на графах и сетях, основы алгоритмизации, и методы дискретной математики.</p> <p><b>Уметь:</b> формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения.</p>

ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<p><b>Знать:</b> основы оптимального представления входных данных, принципы поиска оптимальных структур, удовлетворяющих тем или иным свойствам</p> <p><b>Уметь:</b> формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения</p>
ПК-3	способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою и со смежными дисциплинами.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения, в физике, в информатике и других.</p> <p><b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

#### 4.2. Структура и содержание дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы 144 часа.

№	Раздел дисциплины	Сем.	Всего	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успе-ти. Форма промежут. аттестации
				лек.	пр. зан.	сам. раб.		
	<b>Модуль I. Комбинаторика.</b>	2						
	Раздел 1. Комбинаторика.	2	<b>36</b>	8	8	20		контр.р.
1	Размещения, перестановки, сочетания (с повторениями и без повторений).			4	4	8		контр.р.

2	Полиномиальная формула. Комбинаторные тождества.			2	2	6		контр.р.
3	Формула включений и исключений.			2	2	6		контр.р.
	<b>Модуль II. Комбинаторика.</b>	2						
	Раздел 2. Комбинаторика.	2	<b>36</b>	8	8	20		
4	Бином Ньютона, числа Фибоначчи. Свойства.			4	4	8		контр.р.
5	Рекуррентные соотношения, производящие функции.			2	2	6		
6	Задачи о беспорядках и встречах.			2	2	6		контр.р.
	<b>Модуль III. Математическая логика.</b>	2						
	Раздел 3. Математическая логика.	2	<b>36</b>	8	8	20		контр.р.
7	Множества и операции над ними.			4	4	8		контр.р.
8	Булевы функции. Высказывания. Основные операции. Равносильные функции. Булевы функции от n переменных.			2	2	6		контр.р.
9	Нормальные формы. Совершенные дизъюнктивные (конъюнктивные) нормальные формы.			2	2	6		контр.р.
	<b>Модуль IV. Теория графов.</b>	2						контр.р.р
	Раздел 4. Теория графов.	2	<b>36</b>	8	8	20		коллоков.
10	Основные понятия теории графов. Примеры.			2	2	4		контр.р.
11	Гамильтоновы и эйлеровы графы. Задачи.			2	2	4		контр.р.
12	Задача определения кратчайшего пути. Метод присвоения меток.			2	2	4		контр.р.
13	Построение коммуникационной сети минимальной длины. Задача определения максимального потока.			2	2	8		контр.р.
	Подготовка к экзамену	2						<b>зачет</b>
	<b>ИТОГО ЗА 2 СЕМЕСТР</b>		<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>80</b>		

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### Модуль I. Комбинаторика.

##### Раздел 1. Комбинаторика.

Тема 1. Размещения, перестановки, сочетания (с повторениями и без повторений).

Тема 2. Полиномиальная формула. Комбинаторные тождества.

Тема 3. Формула включений и исключений.

##### Модуль II. Комбинаторика.

##### Раздел 2. Комбинаторика.

Тема 4. Бином Ньютона, числа Фибоначчи. Свойства.

Тема 5. Рекуррентные соотношения, производящие функции.

Тема 6. Задачи о беспорядках и встречах.

### **Модуль III. Математическая логика.**

Раздел 3. Математическая логика.

Тема 7. Множества и операции над ними.

Тема 8. Булевы функции. Высказывания. Основные операции. Равносильные функции.  
Булевы функции от  $n$  переменных.

Тема 9. Нормальные формы. Совершенные дизъюнктивные (конъюнктивные) нормальные формы.

### **Модуль IV. Теория графов.**

Раздел 4. Теория графов.

Тема 12. Основные понятия теории графов. Примеры.

Тема 13. Гамильтоновы и эйлеровы графы. Задачи.

Тема 14. Задача определения кратчайшего пути. Метод присвоения меток.

Тема 15. Построение коммуникационной сети минимальной длины. Задача определения максимального потока.

Тема 16. Задача о назначениях. Минимизация целевой функции.

## **4.4. Темы практических и семинарских занятий.**

Занятие 1. Размещения, перестановки, сочетания (с повторениями и без повторений).

Занятие 2. Полиномиальная формула. Комбинаторные тождества.

Занятие 3. Формула включений и исключений.

Занятие 4. Бином Ньютона, числа Фибоначчи. Свойства.

Занятие 5. Рекуррентные соотношения, производящие функции.

Занятие 6. Задачи о беспорядках и встречах.

Занятие 7. Комбинаторика на шахматной доске.

Занятие 8. Комбинаторика и ряды.

Занятие 9. Множества и операции над ними.

Занятие 10. Булевы функции. Высказывания. Основные операции. Равносильные функции.  
Булевы функции от  $n$  переменных.

Занятие 11. Нормальные формы. Совершенные дизъюнктивные (конъюнктивные) нормальные формы.

Занятие 12. Основные понятия теории графов. Примеры.

Занятие 13. Гамильтоновы и эйлеровы графы. Задачи.

Занятие 14. Задача определения кратчайшего пути. Метод присвоения меток.

Занятие 15. Построение коммуникационной сети минимальной длины. Задача определения максимального потока.

Занятие 16. Задача о назначениях. Минимизация целевой функции.

## **5. Образовательные технологии.**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.

3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к зачету.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
<b>Раздел 1. Комбинаторика</b>		
Тема 1. Размещения, перестановки, сочетания (с повторениями и без повторений).	Доклады на тему: 1. Комбинаторные задачи. 2. Комбинаторика на шахматной доске.	[1], [2]
Тема 2. Формула включений и исключений.	Доклады на тему: 1. Решение задач на формулу включений и исключений.	[3], [5]
Тема 3. Числа Фибоначчи и их свойства.	Доклады на тему: 1. Числа Фибоначчи и их приложения.	[2], [4]
Тема 4. Рекуррентные соотношения, производящие функции.	Доклад на тему: 1. Комбинаторика и ряды.	[2], [7]
<b>Раздел 2. Математическая логика.</b>		
Тема 1. Булевы функции от $n$ переменных.	Доклады на тему: 1. Совершенные дизъюнктивные (конъюнктивные) нормальные формы.	[4], [7]
Тема 2. Линейные функции. Полином Жегалкина.	Доклады на тему: 1. Монотонные функции. Полином Жегалкина.	[5], [6]
<b>Раздел 3. Алгебраические системы и теория кодирования.</b>		
Тема 1. Функция Эйлера и ее приложения.	Доклад на тему: 1. Диофантовы уравнения.	[4], [5], [7]
Тема 2. Сравнения по модулю. Системы сравнений.	Доклад на тему: 1. Китайская теорема об остатках.	[3], [4]
Тема 3. Кодирование.	Доклад на тему: Код Хаффмана. Задача.	[4], [5]
<b>Раздел 4. Теория графов.</b>		
Тема 1. Гамильтоновы и эйлеровы графы.	Доклад на тему: Эйлеровы графы. Задачи.	[4], [6]
Тема 2. Задача определения кратчайшего пути.	Доклад на тему: Метод присвоения меток.	[3], [6]

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

**Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.**

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дискретная математика и математическая логика и их приложения.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по дискретной математике.	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> методом решения задач теории чисел, теории графов, комбинаторики.	Круглый стол.
ОПК-2	<b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как информатика, экономика и других.	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-1	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по дискретной математике до широкой аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по дискретной математике до широкой аудитории	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс	Письменный опрос, коллоквиум

	овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	
	<b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности	Круглый стол

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

**ОПК-1-** способностью использовать базовые знания естественных наук математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . <b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по аналитической геометрии. <b>Владеть:</b> координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

**ОПК-2-** способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . <b>Уметь:</b> применять полученные знания для	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	решения задач по аналитической геометрии. <b>Владеть:</b> координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.		коллективу	
--	---	--	------------	--

**ПК-1-** способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . <b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по аналитической геометрии. <b>Владеть:</b> координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

**ПК-3** –способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса аналитической геометрии . <b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по аналитической	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	геометрии. <b>Владеть:</b> координатным методом решения геометрических задач, матричными методами алгебры, методами приведения общего уравнения кривой и поверхности 2-го порядка к каноническому виду.			
--	--	--	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Контрольно-измерительные материалы

Контрольная работа по дисциплине “Дискретная математика”

1 –вариант

1. Определение графа  $G(V,E)$ . Понятия смежности и инцидентности.
2. Алгоритм Флëри нахождения Эйлера цикла в графе.
3. NP-полнота. Методы решения экспоненциальных задач.
4. Методом динамического программирования решить задачу “Разбиение” со следующими начальными данными  $A=\{8, 4, 2, 5, 3\}$ .
5. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера заданном следующим графом:

Контрольная работа по дисциплине “Дискретная математика”

2 –вариант

1. Расстояния в графе. Понятия диаметра, центра и радиуса графа.
2. Эйлеровы и Гамильтоновы циклы. Критерий Эйлеровости графа.
3. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
4. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера заданном следующим графом:
5. Найти кратчайший путь из источника  $s$  в сток  $t$ , воспользоваться алгоритмом Дейкстры.

Контрольная работа по дисциплине “Дискретная математика”

3 –вариант

1. Способы представления графа. Матрицы смежности и инцидентности.
2. Задача о Кёнигсбергских мостах. Теорема Эйлера.
3. Найти максимальный поток в сети со следующими потоковыми ограничениями на дугах, воспользоваться алгоритмом Форда-Фалкерсона:

4. Методом динамического программирования решить задачу “Разбиение” со следующими начальными данными  $A=\{3, 7, 6, 5, 1\}$ .
5. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера заданном следующим графом:

Контрольная работа по дисциплине “Дискретная математика”  
4 -вариант

1. Связный граф. Цепи и циклы в графе. Части и подграфы графа  $G(V,E)$ .
2. Изоморфные графы.
3. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
4. Найти кратчайший путь из источника  $s$  в сток  $t$ , воспользоваться алгоритмом Дейкстры.
5. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера заданном следующим графом:

### Тезисы лекций

#### Введение в дискретную математику Элементы комбинаторики

1. Предмет и задачи дискретной математики.
2. Краткая историческая справка.
3. Понятие выборки.
4. Упорядоченные и неупорядоченные выборки.Примеры.
5. Выборки с повторениями и без повторений. Примеры.
6. Формула числа перестановок с повторениями.
7. Формула числа перестановок без повторений.
8. Формула числа сочетаний с повторениями.
9. Формула числа сочетаний без повторениями.
- 10.Бином Ньютона и следствия.

#### Литература:

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискрмат. М., 1992.
2. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. М., 1985.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.

#### Домашнее задание:

1. Сколько всего семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни лдна цифра не повторяется?
2. Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра цифра единиц различные и нечетные?
3. Доказать

$$A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} = k^2 A_{n+k}^n$$

4. Сколько всего шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1,3,4,5,7 и 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?
5. 12 человек играют в городки. Сколькими способами они могут набрать команду из четырех человек на соревнование?
6. В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 16 команд, при этом любые две команды играют между собой только один матч. Сколько всего календарных игр?
7. Вычислить

$$E = C_{25}^{23} - C_{15}^{13} - 3C_{10}^7$$

8. Доказать, что для каждого  $b > 1$  и каждого натурального числа  $n > 1$  верно *неравенство Бернулли*

$$b^n > 1 + n(b - 1)$$

9. Найти 13-й член разложения бинома

$$(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^{15}$$

10. Сколькими способами можно разместить восемь пассажиров в трех вагонах? Буквы азбуки Морзе состоят из символов - точка и тире. Сколько букв получим, если потребуем, чтобы каждая буква состояла не

**Система исчислений. Двоичная система исчислений.**  
**Функции алгебры логики(начало).**

1. Понятие системы исчислений. Десятичная система.  
Понятие базы системы исчисления. Алфавит записи чисел и вид чисел в системе исчисления по произвольному основанию.
2. Системы исчислений по основанию отличному от десяти; двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы исчислений.  
Двоичная система исчисления – алфавит  $\{0,1\}$ , восьмеричная система – алфавит  $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ , шестнадцатеричная система - алфавит  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$ .
3. Переход из одной системы в другую.  
Переход из двоичной системы в десятичную, в восьмеричную и шестнадцатеричную, переход из восьмеричной в двоичную и из шестнадцатеричной в двоичную.
4. Арифметические операции в двоичной системе.  
Операции сложения, вычитания, умножения и деления в двоичной системе исчисления.
5. Определение функции алгебры логики. Примеры.
6. Табличные способы задания функций.  
Построение таблиц  $T(f)$ ,  $\Pi_{k,n-k}$ . Определение вектора  $\alpha(f)$ .
7. Оценка числа булевских функций от фиксированного числа  $2^{2^m}$  переменных.  
Доказательство теоремы: число функций алгебры логики от  $n$  переменных равно

8. Существенные и фиктивные переменные.  
Определение существенной переменной. Определение фиктивной переменной. Вид вектора  $\alpha(f)$  при наличии фиктивных переменных.

**Литература:**

4. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. М., 1992.
5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.

**Домашнее задание:**

1. Каково число функций алгебры логики от  $n$  переменных, принимающих на противоположных наборах одинаковые значения?
2. Найти число функций алгебры логики от  $n$  переменных, которые на паре соседних наборах принимают противоположные значения?
3. Каково число функций алгебры логики от  $n$  переменных, принимающих значение 1 менее чем на  $k$  наборах?
4. Для функции  $\alpha(f)=(01100110)$  построить таблицы  $T(f)$ ,  $\Pi_{2,1}$ ,  $\Pi_{1,2}$ .
5. Для функции  $\alpha(f)=(0110011000110001)$  построить таблицы  $T(f)$ ,  $\Pi_{2,2}$ ,  $\Pi_{1,3}$ .
6. Для функции  $\alpha(f)=(1110001010110001)$  построить таблицы  $T(f)$ ,  $\Pi_{3,1}$ ,  $\Pi_{1,3}$ .
7. Для функции  $\alpha(f)=(10100011101001010010011110110001)$  построить таблицы  $T(f)$ ,  $\Pi_{3,2}$ .
8. Пусть функция такова, что  $|N_f|=2^n(2l-1)$ . Каково максимальное возможное число фиктивных переменных у функции?
9. Выяснить от каких переменных функция  $f$  зависит существенно:  
а)  $\alpha(f)=(1011100111001010)$ ;  
б)  $\alpha(f)=(0011110011000011)$ ;  
в)  $\alpha(f)=(0111011101110111)$ ;  
г)  $\alpha(f)=(0101111100001010)$ .
10. Перечислить все функции от двух переменных, существенно зависящие от всех переменных

**Функции алгебры логики(продолжение)**

**Эквивалентность формул. Задание функций формулами.**

1. Элементарные функции алгебры логики.  
Таблицы элементарных функций. Обозначения.
2. Операция суперпозиции.  
Определение операции суперпозиции. Примеры.
3. Понятие формулы. Понятие эквивалентных формул.
4. Принцип двойственности.  
Определение принципа. Доказательство. Примеры.

5. Теорема о разложении функций алгебры логики от  $n$  переменных по  $k$  переменным.

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма, совершенная конъюнктивная нормальная форма.

Доказательство теоремы. Следствия. Примеры построения СДНФ и СКНФ.

### Литература:

6. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. М., 1992.

7. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.

### Домашнее задание:

1. По функциям  $f(x_1, x_2)$  и  $g(x_1, x_2)$ , заданным векторно, построить векторное задание функции  $h$ :

1)  $\alpha(f)=(0010)$ ,  $\alpha(g)=(1000)$ ,  $h(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_3) \& g(x_2, x_1)$

2)  $\alpha(f)=(0100)$ ,  $\alpha(g)=(1101)$ ,  $h(x_1, x_2) = f(x_1, g(x_2, x_1)) \vee g(x_2, f(x_1, x_1))$

3)  $\alpha(f)=(1001)$ ,  $\alpha(g)=(1110)$ ,  $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1, x_3) + g(x_2, f(x_1, x_4))$

4)  $\alpha(f)=(0110)$ ,  $\alpha(g)=(1011)$ ,  $h(x_1, x_2, x_3) = f(g(x_1, x_3), f(x_2, x_1))$

5)  $\alpha(f)=(1101)$ ,  $\alpha(g)=(0111)$ ,  $h(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_2), x_2) \rightarrow g(x_2, f(x_2, x_1))$

6)  $\alpha(f)=(1000)$ ,  $\alpha(g)=(0110)$ ,  $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = (f(x_1, f(x_2, x_1))) \vee g(f(x_1, x_2), g(x_1, x_3)) + f(g(x_3, x_4), f(x_2, x_2))$

2. Построив таблицы для соответствующих функций, убедитесь в справедливости следующих эквивалентностей:

1)  $x \vee y = (x \rightarrow y) \rightarrow y$ ;

2)  $x \sim y = (x \rightarrow y) \& (y \rightarrow x)$ ;

3)  $x \downarrow y = ((x \mid x) \mid (y \mid y)) \mid ((x \mid x) \mid (y \mid y))$ ;

4)  $x \vee (z \sim y) = (x \vee y) \sim (x \vee z)$ .

3. Построив таблицы соответствующих функций, выясните, эквивалентны ли формулы  $A$  и  $B$ :

1)  $A = (x \rightarrow y) + ((y \rightarrow z) \rightarrow xy)$ ,  $B = yz \rightarrow x$ ;

2)  $A = (x \vee y) \downarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z))$ ,  $B = y \rightarrow (x \vee z)$ ;

3)  $A = x \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow yz)$ ,  $B = (x \vee (y \rightarrow z))(x + y)$ .

4. Используя определение двойственности булевых функций, выясните, являются ли функция  $g$  двойственной к функции  $f$ :

1)  $f = x + y$ ;  $g = x \sim y$ ;

2)  $f = x \mid y$ ;  $g = x \downarrow y$ ;

3)  $f = x \rightarrow y$ ;  $g = \overline{xy}$ .

5. Представить в виде СДНФ следующие функции:

1)  $f = (01010001)$ ;

- 2)  $f=(01001100011000010)$ ;
- 3)  $f=(100001000001010000)$ .
6. Представить в виде СКНФ следующие функции:
- 4)  $f=(11010101)$ ;
- 5)  $f=(01001101011011110)$ ;
- 6)  $f=(111001011101010110)$ .

### **Полнота и замкнутость. Полиномы Жегалкина. Линейные функции.**

#### 1.Операция замыкания.

Определение операции замыкания. Примеры.

#### 2.Полнота, примеры полных систем.

Определение полноты. Простейшие примеры полных систем.

3.Представление функций алгебры логики многочленами. Теорема о существовании и единственности представления.

4.Методы построения полинома Жегалкина булевой функции при различных способах ее задания.

Метод неопределенных коэффициентов. Теорема о связи таблицы  $T(f)$  и вектора коэффициентов полинома Жегалкина.

5.Полиномы Жегалкина элементарных функций.

6.Понятие линейной функции. Замкнутость класса линейных функций. Оценка числа линейных функций от фиксированного числа переменных.

Определение линейной функции. Теорема о замкнутости класса линейных функций относительно операции суперпозиции.

#### **Домашнее задание:**

1.Построить множество всех функций, зависящих от переменных  $x_1, x_2$  и

принадлежащих замыканию множества  $A$ :

1)  $A=\{x^{\wedge}\}$ ;

2)  $A=\{x_1 + x_2\}$ ;

3)  $A=\{x_1 + x_2, x_1 x_2\}$ ;

4)  $A=\{x_1 \vee x_2 \vee x_3\}$ ;

5)  $A=\{x_1 + x_2 + x_3\}$ .

2.Показать, что  $f$  принадлежит  $[A]$ , выразив  $f$  формулой над множеством  $A$ :

1)  $f=x^{\wedge}, A=\{0, x \rightarrow y\}$ ;

2)  $f=x+y, A=\{x \downarrow y\}$ ;

3)  $f=x, A=\{xy\}$ ;

4)  $f=x, A=\{x^{\wedge} \vee y^{\wedge}\}$ ;

5)  $f=x+y, A=\{xy^{\wedge}, x \vee y^{\wedge}\}$ .

3.Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина для следующих функций:

1) $f=(01010001)$ ;

2) $f=(01101001)$ ;

3) $f=(10001110)$ ;

4) $f=(01100110)$ ;

5) $f=(1000000000000001)$ .

4. Преобразуя вектор значений функции  $f$ , построить полином Жегалкина:

- 1)  $f=(1000)$ ;
- 2)  $f=(01101110)$ ;
- 3)  $f=(10000100)$ ;
- 4)  $f=(0000010001100111)$ ;

### Графы. Основные понятия теории графов.

#### Определение расстояния между вершинами графа.

1. Понятие графа.
2. Геометрическая реализация графа. Теорема о реализации графа в трехмерном пространстве.
3. Определение пути, простого пути, цикла, простого цикла, степени вершины, связности и т.п.
4. Понятие изоморфизма и гомеоморфизма графов.
5. Оценка числа попарно неизоморфных графов с  $n$  ребрами.
6. Матрицы инцидентности и смежности.
7. Ориентированные и нагруженные графы.
8. Помечивающий алгоритм определения расстояния между вершинами графа.
9. Модифицированная матрица инцидентности. Теорема об определении расстояния между вершинами графа с использованием модифицированной матрицы инцидентности.

#### Литература:

8. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алг-в. М., 1979.
9. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискрмат. М., 1992.
10. Оре О. Теория графов. М., 1980.
11. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.

#### Домашнее задание:

1. Изобразить все попарно неизоморфные а) 3-вершинные; б) 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
2. Показать, что для произвольного графа справедливо равенство  
$$\sum d(v) = 2 |X|$$
3. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.
4. Построить граф по матрице смежности, построить матрицу инцидентности:

а)  $\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$

б)  $\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix}$

5. Построить граф по матрице инцидентности, построить матрицу смежности:

а)  $\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{matrix}$

б)  $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$

1 1 0 0 0 0 0

1 0 0 0 1 0 0

0 0 0 0 1 1 0

1 0 0 0 1 0 0

0 0 0 0 1 1 0

0 0 1 1 0 0 0

Возвести во все степени модифицированные матрицы смежности из задач 4 и 5.

6. Помечивающим алгоритмом определить расстояние между всеми вершинами графа в задаче 5.

Вопросы и задания к итоговому контролю.

1. Предмет дискретной математики и объекты изучения. Высказывания. Логические парадоксы.
2. Булевы функции. Функции от одной переменной. Некоторые элементарные функции от двух переменных. Число булевых функций от  $n$  переменных.
3. Свойства элементарных функций, правила Де-Моргана, поглощения, слияния.
4. Принцип двойственности (доказательство). Формальное правило получения двойственных функций.
5. Теорема о разложении функций по переменным. Следствие о разложении по 1 переменной.
6. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
7. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
8. Теорема о разложении функций по переменным. Функционально полные системы.
9. Теорема Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов.
10. Диаграммы Эйлера-Венна. Тавтология, противоречие.
11. Методы доказательств в алгебре логики.
12. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания.
13. Определение графа. Представление графа в виде матрицы смежности и инцидентности.
14. Эйлеров граф. Критерий существования эйлерова цикла (доказательство).
15. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в графе.
16. Задача о многополюсной кратчайшей цепи. Алгоритм Флойда.
17. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
18. Метод ветвей и границ в задаче о коммивояжере.
19. Эвристические алгоритмы. NP-полнота.
20. Метод динамического программирования в задаче "Разбиение".
21. Деревья. Теорема об остове минимального веса. Алгоритм Краскала.
22. Деревья. Теорема об остове минимального веса. Алгоритм Прима.
23. Гамильтоновы циклы. Метод латинской композиции.
24. Понятие алгоритма. Словарные функции. Машина Тьюринга.
25. Машина с неограниченным числом регистров. Определение, описание работы.

26. Вычислимые функции. Основные функции, доказательство их вычислимости. Порождение вычислимых функций, операции соединения, подстановки, уравнения примитивной рекурсии.
27. Система обработки символов Поста.
28. Нормальные алгоритмы Маркова.
29. Понятие об алгоритмической неразрешимости. Проблема самоприменимости.
30. Проблема останова машины Тьюринга. Проблема пустой ленты.
31. Теория кодирования. Теорема о разделимости префиксной схемы.
32. Неравенство Макмиллана.
33. Оптимальное кодирование Хаффмана. Цена кодирования.

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

а) основная литература:

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретная математика. М., 1992.
2. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. М., 1985.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М., 2001.
4. Романовский И.В. Дискретный анализ. "Невский диалект", Петербург, 2000 г. – 240 с.
5. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М., 1979.
6. Оре О. Теория графов. М., 1980.
7. Акимов О.Е. Дискретная математика. Логика, группы, графы. М., Лаборатория базовых знаний. 2003.

б) дополнительная литература:

1. Просветов Г.И. Дискретная математика. Задачи и решения. М., Бином. Лаборатория знаний. 2010.
2. Андерсон Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика. -М.: Вильямс, 2003.
3. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. –М.: изд-во МАИ, 1992.
4. Эвнин А.Ю. Задачник по дискретной математике. –М.: ЛЕНАНД, 2016.
5. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. –М.: МЦНМО, 2007.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

[www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm](http://www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm)

[www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_17811](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811)

[www.bookvoed.ru/book?id=413420](http://www.bookvoed.ru/book?id=413420)

[www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm](http://www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm)

[www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich\\_for\\_highschool.pdf](http://www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf)

[www.alleng.ru/d/math/math97.htm](http://www.alleng.ru/d/math/math97.htm)

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Дискретная математика» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов