МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра *математического анализа*
факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: *базовая*

Махачкала - 2017

Рабочая программа дисциплины « Математический анализ» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриат) от 07.08.2014 №949**

Разработчик : кафедра математического анализа,

Алейдаров С.М., к.ф.-м.н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

На заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 года, Протокол №6

Зав. кафедрой ________ Рамазанов А.-Р. К.

На заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 10 марта 2017 года, протокол №4.

Председатель ________ Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «13» 03 2017г ________

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных: с элементами теории множеств; со свойствами множества действительных чисел; с изучением и освоением базовых понятий анализа: предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование; с изучением фундаментальных свойств числовых и функциональных рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общекультурных* – ОК – 7*; общепрофессиональных* – ОПК -- 1, ОПК – 4; *профессиональных* – ПК -- 1, ПК – 2, ПК – 3, ПК -- 4, ПК – 8, ПК - 10.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена.*

Объем дисциплины 30 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
1	288	72	36	36			144	зачет, экзамен
2	216	60	32	30			94	зачет, экзамен
3	288	64	32	32			160	зачет, экзамен
4	288	64	32	32			160	зачет, экзамен
Итого	1080	260	132	130			558	

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины математический анализ являются:

-- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, мера и интеграл, ряд);

-- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;

-- овладение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, методами гармонического анализа, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки* .

Знания по математическому анализу студентам необходимы для изучения параллельных ему и последующих за ним университетских курсов: дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия и топология, функциональный анализ, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации и др.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-7	Обладать способностью к самоорганизации и к самообразованию	Знать основной материал по началам каждого раздела математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Уметь: обобщать теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; пользоваться не только лекционным материалом и учебниками по математическому анализу, но и методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеть современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения элементарных функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественно-научных дисциплинах.
ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов,теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знать фундаментальные понятия математического анализа (действительное число, функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. Уметь: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов. Владеть основными методами дифференциального и интегрального исчисления.

ОПК-4	Обладать способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	Знать: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования дифференцируемых функций; алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы. Уметь пользоваться прикладными программами Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеть: различными языками программирования на компьютерах.
ПК-1	Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знать: различные определения предела функции; различные определения непрерывности функции; различные определения интеграла; важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Уметь: доказывать эквивалентность разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции, интегралов от данной функции по данной области; иллюстрировать общую форму связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. Владеть: разными методами доказательства основных теорем математического анализа.
ПК-2	Обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла; приложения дифференциального и интегрального исчисления в

		самой математике и естественных науках. Уметь: давать геометрическую интерпретацию основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления; Владеть: методами моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в форме дифференциальных уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.
ПК-3	Обладать способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем математического анализа. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть: классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем дифференциального и интегрального исчисления.
ПК-4	Обладать способностью публично представлять собственные и известные научные результаты	Знать формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем математического анализа путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-8	Обладать способностью представлять и	Знать: разные подходы к

	адаптировать знания с учетом уровня аудитории	определению основных понятий математического анализа, формулировки теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Уметь: давать общий анализ исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности; давать различные доказательства одной и той же теоремы. Владеть: как стандартными, так и оригинальными методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления.
ПК-10	Обладать способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях	Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела математического анализа.

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 30 зачетных единиц, 1080 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Аудиторные занятия, в том числе**				**Самостоят. работа**	**Формы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
			лекции	**практ. занятия**	**лабор. работы**	**Контр. сам. раб.**		
Первый семестр								
Модуль 1. ***Поле действительных чисел***								
Всего по модулю 1	***1***		***10***	***4***	***4***		***18***	*коллоквиум, контрольная работа*
1.Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.			4	2	2			
2. Действительные			6	2	2			

числа.								
Модуль 2. ***Числовые последовательности***								
Всего по модулю 2	***1***		***10***	***6***	***6***		***14***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Предел последовательности.			2	2	2			
2. Свойства сходящихся последовательностей.			4	2	2			
3.Монотонные последовательности.			4	2	2			
Модуль 3. ***Предел функции***								
Всего по модулю 3	***1***		***10***	***6***	***6***		***14***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Свойства пределов.			4	2	2			
2.Замечательные пределы.			4	2	2			
3. Асимптотическое поведение функций .			2	2	2			
Модуль 4. ***Непрерывные функции***								
Всего по модулю 4	***1***		***10***	***4***	***4***		***18***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Локальные свойства непрерывных функций.			4	2	2			
2. Глобальные свойства непрерывных функций.			6	2	2			
Модуль 5. ***Производная и дифференциал***								
Всего по модулю 5	***1***		***10***	***6***	***6***		***14***	*коллоквиум, контрольная работа*
1.Проиводная и дифференциал функции одной переменной.			6	4	4			
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.			4	2	2			
Модуль 6. ***Формула Тейлора.***								
Всего по модулю 6	***1***		***10***	***4***	***4***		***18***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Производные высших порядков.			4	2	2			
2.Формула Тейлора. Остаток.			6	2	2			
Модуль 7. ***Исследование функции***								
Всего по модулю 7	***1***		***12***	***6***	***6***		***12***	*коллоквиум, контрольная работа*
1.Монотонность и точки экстремума.			4	2	2			
2.Выпуклость и точки перегиба.			4	2	2			
3. Полное исследование поведения функций.			4	2	2			
Модуль 8. ***Промежуточная аттестация***								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
Итого за первый			**72**	**36**	**36**		**108**	**36**

семестр								
Второй семестр								
Модуль 1. ***Неопределенный интеграл***								
Всего по модулю 1	***2***		***12***	***6***	***6***		***12***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Первообразная и неопределенный интеграл.			4	2	2			
2. Общие методы интегрирования функций.			4	2	2			
3. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.			4	2	2			
Модуль 2. ***Определенный интеграл***								
Всего по модулю 2	***2***		***12***	***6***	***6***		***12***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Определение интеграла Римана.			2	1	1			
2. Суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций.			2	1	1			
3. Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.			4	2	2			
4. Методы замены переменной и интегрирования по частям.			4	2	2			
Модуль 3. ***Несобственные интегралы***								
Всего по модулю 3	***2***		***10***	***6***	***6***		***14***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Несобственные интегралы.			2	2	2			
2. Признаки сходимости.			2	2	2			
3. Геометрические и другие естественно-научные приложения определенного интеграла.			6	2	2			
Модуль 4. ***Непрерывность и производные функций многих переменных***								
Всего по модулю 4	***2***		***14***	***6***	***8***		***8***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Конечномерное пространство. Понятие сходимости.			***2***	***1***	***2***			
2. Пределы функций многих переменных.			4	1	2			
3. Непрерывные функции многих переменных.			4		2			

4. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.			4	2	2			
Модуль 5. ***Исследование функций многих переменных.***								
Всего по модулю 5	***2***		***12***	***6***	***6***		***12***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.			4	2	2			
2. Задачи на экстремум функций многих переменных.			4	2	2			
3. Неявные функции. Существование непрерывных и дифференцируемых неявных функций.			4	2	2			
Модуль 6. ***Промежуточная аттестация***								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
Итого за второй семестр			**60**	**30**	**32**		**58**	**36**
Третий семестр								
Модуль 1. ***Ряды с неотрицательными членами***								
Всего по модулю 1			***8***	***4***	***4***		***20***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Ряды действительных чисел, их свойства.			4	2	2			
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.			4	2	2			
Модуль 2. ***Знакопеременные ряды***								
Всего по модулю 2			***12***	***6***	***6***		***12***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.			4	2	2			
2. Признаки сходимости знакопеременных рядов.			4	2	2			
3. Бесконечные произведения чисел, их свойства. Взаимосвязь бесконечных произведений и рядов.			4	2	2			
Модуль 3. ***Ряды функций***								
Всего по модулю 3	***3***		***10***	***6***	***6***		14	*коллоквиум, контрольная работа*
1.Различные виды сходимости функциональных последовательностей.			2	2	2			
2.Равномерная сходимость рядов функций.			4	2	2			

3.Функциональные свойства суммы ряда.			4	2	2			
Модуль 4. ***Степенные ряды***								
Всего по модулю 4	***3***		***8***	***4***	***4***		20	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Функциональные свойства.			4	2	2			
2. Ряд Тейлора.			2	1	1			
3. Приближение непрерывных функций многочленами.			2	1	1			
Модуль 5. ***Интегралы с параметрами***								
Всего по модулю 5	***3***		***10***	***6***	***6***		14	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Интегралы, зависящие от параметра. Свойства.			4	2	2			
2. Признаки равномерной сходимости интегралов.			2	2	2			
3. Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.			4	2	2			
Модуль 6. ***Вариация функции***								
Всего по модулю 6	***3***		***8***	***2***	***2***		***24***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Функции ограниченной вариации. Свойства.			4	1	1			
2. Критерий спрямляемости кривых.			4	1	1			
Модуль 7. ***Интеграл Стилтьеса***								
Всего по модулю 7	***3***		***8***	***4***	***4***		***20***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Интеграл Стилтьеса. Существование.			4	2	2			
2. Основные свойства. Вычисление.			4	2	2			
Модуль 8. ***Промежуточная аттестация***								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
Итого за третий семестр			**64**	**32**	**32**		**124**	**36**
Четвертый семестр								
Модуль 1. ***Двойные интегралы***								
Всего по модулю 1	***4***		***10***	***6***	***6***		***14***	*коллоквиум, контрольная работа*
1.Плоская мера Жордана . Свойства.			***2***	***2***	***2***			
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	2	2			
3. Замена переменных в двойном интеграле.			4	2	2			
Модуль 2. ***Тройные интегралы***								
Всего по модулю 2	***4***		***14***	***6***	***6***		***10***	*коллоквиум, контрольная работа*

4. Объемная мера Жордана. Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.			4	2	2			
5. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.			4	2	2			
6. Понятие о многомерных интегралах. Несобственные кратные интегралы.			6	2	2			
Модуль 3. *Криволинейные интегралы*								
Всего по модулю 3	***4***		***6***	***4***	***4***		***22***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Криволинейные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.			2	2	2			
2. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина			4	2	2			
Модуль 4. *Поверхностные интегралы*								
Всего по модулю 4	***4***		***8***	***6***	***6***		***16***	*коллоквиум, контрольная работа*
3. Поверхностные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.			2					
4. Поверхностные интегралы второго рода. Свойства. Вычисление.			2					
5. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.			4					
Модуль 5. *Элементы теории поля*								
Всего по модулю 5	***4***		***6***	***2***	***2***		***26***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.			4	1	1			
2. Потенциальные и соленоидальные поля.			2	1	1			
Модуль 6. *Ряды Фурье*								
Всего по модулю 6	***4***		***10***	***4***	***4***		***18***	*коллоквиум, контрольная работа*
1. Ортогональные системы функций. Общие свойства. Ряд Фурье.			4					
2.Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Сходимость ряда в точке.			4	2	2			
3. Ряды Фурье для			2	2	2			

четных, нечетных и 2l-периодических функций.								
Модуль 7. ***Равномерно сходящиеся ряды Фурье***								
Всего по модулю 7	***4***		***10***	***4***	***4***		***18***	*коллоквиум, контрольная работа*
4. Приближение функций тригонометрическими полиномами.			2					
5. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.			4	2	2			
6. Преобразование Фурье. Свойства.			4	2	2			
Модуль 8. ***Промежуточная аттестация***								
1. Зачет	4							
2. Экзамен	4							36
Итого за четвертый семестр			**64**	**32**	**32**		**124**	**36**
ИТОГО			**260**	**130**	**132**		**414**	**144**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам ***(разделам)***

ЛЕКЦИИ

<u>П е р в ы й с е м е с т р</u>

Модуль 1. Поле действительных чисел

Тема 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.

Множества и операции над ними. Запись математических утверждений с помощью логических символов. Методы их доказательства. Понятие о функции и отображении. Типы отображений. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций и их преобразования.

Тема 2. Действительные числа.

Натуральные, целые и рациональные числа. Необходимость их расширения. Действительные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Действия над действительными числами. Другие леммы о непрерывности множества действительных чисел: об отделимости, о вложенных сегментах, о конечном покрытии интервалами, о предельных точках. Понятие об аксиоматическом построении множества действительных чисел.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Предел последовательности.

Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности.

Тема 4.Свойства сходящихся последовательностей.

Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Критерий Коши о числовых последовательностях.

Тема 5. Монотонные последовательности.

Свойства монотонных последовательностей. Теорема Эйлера.

Модуль 3. Предел функции

Тема 6. Свойства пределов.

Определение предела функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Основная теорема о пределах.

Тема 7. Замечательные пределы.

Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы.

Тема 8. Асимптотическое поведение функций.

Асимптотическое поведение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Модуль 4. Непрерывные функции

Тема 9. Локальные свойства непрерывных функций.

Непрерывность и одностороння непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций.
Тема 10. Глобальные свойства непрерывных функций.
Свойства непрерывных на сегменте функций. Условия непрерывности монотонных функций. Элементарные функции и их непрерывность.

Модуль 5. Производная и дифференциал

Тема 11. Производная и дифференциал функции одной переменной.
Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Некоторые приложения производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.
Тема 12. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.
Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Модуль 6. Формула Тейлора

Тема 13. Производные высших порядков.
Производные и дифференциалы высших порядков.
Тема 14. Формула Тейлора. Остаток.
Формула Тейлора с остатком в различных формах: Пеано, Лагранжа и Коши. Разложения элементарных функций.

Модуль 7. Исследование функции

Тема 15. Монотонность и точки экстремума.
Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.
Тема 16. Выпуклость и точки перегиба.
Выпуклые функции. Точки перегиба графика.
Тема 17. Полное исследование поведения функций.
Асимптоты графика функции. Полная схема исследования и построения графика функции.

В т о р о й с е м е с т р

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 18. Первообразная и неопределенный интеграл.
Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла как множества первообразных.
Свойства неопределенных интегралов. Табличные интегралы.
Тема 19. Общие методы интегрирования функций.
Метод замены переменной. Интегрирования по частям.
Тема 20. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.
Интегралы от рациональных дробей с неприводимыми знаменателями. Интегрирование рациональных функций общего вида. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Модуль 2. Определенный интеграл

Тема 21. Определение интеграла Римана.
Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Вычисление с помощью интегральных сумм.
Тема 22. Суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций.
Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции.
Тема 23. Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.
Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.
Первая теорема о среднем и ее обобщение. Вторая теорема о среднем.
Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
Различные формулировки основной теоремы интегрального исчисления.
Тема 24. Методы замены переменной и интегрирования по частям.
Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Модуль 3. Несобственные интегралы

Тема 25. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
Определение несобственных интегралов (первого и второго родов). Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.
Тема26. Геометрические и другие естественно-научные приложения определенного интеграла.

Приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги, площади плоской фигуры, площади поверхности и объема тела вращения. Некоторые приложения определенного интеграла в физике и механике.

Модуль 4. Непрерывность и производные функций многих переменных

Тема 27. Конечномерное пространство. Понятие сходимости. Функции многих переменных.
Определение сходимости в конечномерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей пространственных точек. Различные типы множеств в конечномерном пространстве: замкнутые и открытые, ограниченные, компактные, связные, сферические и прямоугольные окрестности точек.
Область определения функций двух и трех переменных. Графики. Линии и поверхности уровня.
Тема 28. Пределы функций многих переменных.
Кратный предел функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции. Вычисление.
Тема 29. Непрерывные функции многих переменных.
Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.
Тема 30. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.
Частные производные функции во внутренней точке. Дифференцируемость и полный дифференциал в точке. Геометрические приложения.
Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.

Модуль 5. Исследование функций многих переменных

Тема 31. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства. Формула Тейлора для функций многих переменных с остатком в форме Пеано и в форме Лагранжа.
Тема 32. Задачи на экстремум функций многих переменных.
Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.
Тема 33. Неявные функции. Существование непрерывных и дифференцируемых неявных функций.
Понятие неявной функции. Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемого неявного отображения для конечномерных пространств. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений.

<u>Третий семестр</u>

Модуль 1. Ряды с неотрицательными членами

Тема 34. Ряды действительных чисел, их свойства.
Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.
Тема 35. Сходимость рядов с неотрицательными членами.
Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Признаки Раабе и Гаусса.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 36. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
Тема 37. Признаки сходимости знакопеременных рядов.
Признак Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов. Оценка остатка для них.
Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле о сходимости рядов с парными произведениями.
Тема 38. Бесконечные произведения чисел, их свойства. Взаимосвязь бесконечных произведений и рядов.
Бесконечные произведения. Частичное произведение. Необходимое условие сходимости произведения. Остаток произведения. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Ряды функций

Тема 39. Различные виды сходимости функциональных последовательностей.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности. Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
Тема 40. Равномерная сходимость рядов функций.
Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.
Тема 41. Функциональные свойства суммы ряда.
Условия: 1) непрерывности суммы ряда; 2) интегрируемости суммы ряда; 3) дифференцируемости суммы ряда. Связь с равномерной сходимостью рядов.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 42. Функциональные свойства.
Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости. Свойства суммы ряда.
Тема 43.Ряд Тейлора.
Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
Тема 44. Приближение непрерывных функций многочленами.
Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на сегменте функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 45. Интегралы, зависящие от параметра. Свойства.
Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметров.
Тема 46. Признаки равномерной сходимости интегралов.
Сходимость, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.
Тема 47. Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.
Основные определения. Свойства гамма- и бета- функций Эйлера. Приложения к вычислению интегралов.

Модуль 6. Вариация функции

Тема 48. Функции ограниченной вариации. Свойства.
Определение функции ограниченной вариации. Классы функций ограниченной вариации. Свойства функций ограниченной вариации.
Тема 49. Критерий спрямляемости кривых.
Критерий для функции с ограниченной вариацией. Спрямляемые кривые.

Модуль 7. Интеграл Стилтьеса

Тема 50. Интеграл Стилтьеса. Существование.
Определение и общие условия существования интеграла Стилтьеса. Классы функций, для которых интеграл Стилтьеса существует.
Тема 51. Основные свойства. Вычисление.
Свойства интеграла Стилтьеса. Формула интегрирования по частям. Теорема о среднем. Вычисление интеграла Стилтьеса. Переход к пределу под знаком интеграла Стилтьеса. Приложения к рядам Фурье.

Ч е т в е р т ы й с е м е с т р

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 52. Плоская мера Жордана. Свойства.
Определение плоской меры Жордана. Примеры. Критерий измеримости плоского множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств.
Тема 53. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Суммы Дарбу. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
Тема 54. Замена переменных в двойном интеграле.
Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Модуль 2. Тройные интегралы

Тема 55. Объемная мера Жордана. Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.
Объемная мера Жордана. Критерий измеримости множества в трехмерном пространстве. Свойства

измеримых множеств. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Свойства тройного интеграла. Объем тела в криволинейных интегралах. Способы вычисления тройного интеграла.
Тема 56. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.
Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла путем замены переменных. Приложения тройного интеграла.
Тема 57. Понятие о многомерных интегралах. Несобственные кратные интегралы.
Определение меры Жордана в произвольном конечномерном пространстве. Понятие о многомерных интегралах. Существование. Сведение к повторному интегралу. Понятие о несобственных кратных интегралах.

Модуль 3. Криволинейные интегралы

Тема 58. Криволинейные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода. Существование. Свойства и вычисление.
Тема 59. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.
Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода. Существование. Свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 4. Поверхностные интегралы

Тема 60. Поверхностные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.
Тема 61. Поверхностные интегралы второго рода. Свойства. Вычисление.
Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.
Тема 62. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.
Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница. Общая формула Стокса.

Модуль 5. Элементы теории поля

Тема 63. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Тема 64. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.
Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей. Обратная задача теории поля.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 65. Ортогональные системы функций. Общие свойства. Ряд Фурье.
Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Источники получения ортогональных систем функций. Ряд Фурье, минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Понятие о полноте и замкнутости.
Тема 66. Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Сходимость в точке.
Тригонометрический ряд Фурье. Лемма Римана. Ядро Дирихле и интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини. Следствия. Примеры.
Тема 67. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$-периодических функций.
Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$ при произвольном положительном l.

Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье

Тема 68. Приближение функций тригонометрическими полиномами.
Ряды тригонометрических полиномов. Теорема Вейерштрасса о приближении периодических функций посредством тригонометрических полиномов . Полнота и замкнутость тригонометрической системы.
Тема 69. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.
Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.
Тема 70. Преобразование Фурье. Свойства.
Интеграл Фурье. Интеграл в смысле главного значения. Преобразование Фурье и его свойства. Примеры.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

П е р в ы й с е м е с т р

Модуль 1. Поле действительных чисел

Тема 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.

Множества и операции над ними. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций и их преобразования.

Тема 2. Действительные числа.

Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Действия над действительными числами. Другие леммы о непрерывности множества действительных чисел: об отделимости, о вложенных сегментах, о конечном покрытии интервалами, о предельных точках.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Предел последовательности.

Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности.

Тема 4.Свойства сходящихся последовательностей.

Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Критерий Коши о числовых последовательностях.

Тема 5. Монотонные последовательности.

Свойства монотонных последовательностей. Теорема Эйлера.

Модуль 3. Предел функции

Тема 6. Свойства пределов.

Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Основная теорема о пределах.

Тема 7. Замечательные пределы.

Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы.

Тема 8. Асимптотическое поведение функций.

Асимптотическое поведение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Модуль 4. Непрерывные функции

Тема 9. Локальные свойства непрерывных функций.

Непрерывность и односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций.

Тема 10. Глобальные свойства непрерывных функций.

Свойства непрерывных на сегменте функций. Условия непрерывности монотонных функций.

Модуль 5. Производная и дифференциал

Тема 11. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Некоторые приложения производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 12. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Модуль 6. Формула Тейлора

Тема 13. Производные высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 14. Формула Тейлора. Остаток.

Формула Тейлора с остатком в различных формах: Пеано, Лагранжа и Коши. Разложения элементарных функций.

Модуль 7. Исследование функции

Тема 15. Монотонность и точки экстремума.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.

Тема 16. Выпуклость и точки перегиба.

Выпуклые функции. Точки перегиба графика.

Тема 17. Полное исследование поведения функций.

Асимптоты графика функции. Полная схема исследования и построения графика функции.

В т о р о й с е м е с т р

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 18. Первообразная и неопределенный интеграл.

Свойства неопределенных интегралов. Табличные интегралы.

Тема 19. Общие методы интегрирования функций**.**

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.
Тема 20. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.
Интегралы от рациональных дробей с неприводимыми знаменателями. Интегрирование рациональных функций общего вида. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Модуль 2. Определенный интеграл

Тема 21. Определение интеграла Римана.
Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Вычисление с помощью интегральных сумм.
Тема 22. Суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций.
Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Тема 23. Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.
Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.
Формула Ньютона-Лейбница.
Тема 24. Методы замены переменной и интегрирования по частям.
Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Модуль 3. Несобственные интегралы

Тема 25. Несобственные интегралы. Признаки сходимости**.**
Определение несобственных интегралов (первого и второго родов). Их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.
Тема 26. Геометрические и другие естественно-научные приложения определенного интеграла.
Приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги, площади плоской фигуры, площади поверхности и объема тела вращения. Некоторые приложения определенного интеграла в физике и механике.

Модуль 4. Непрерывность и производные функций многих переменных

Тема 27. Конечномерное пространство. Понятие сходимости. Функции многих переменных.
Свойства сходящихся последовательностей пространственных точек. Область определения функций двух и трех переменных. Графики. Линии и поверхности уровня.
Тема 28. Пределы функций многих переменных.
Кратный предел функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции. Вычисление.
Тема 29. Непрерывные функции многих переменных**.**
Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.
Тема 30. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.
Частные производные функции во внутренней точке. Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции.

Модуль 5. Исследование функций многих переменных

Тема 31. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства. Формула Тейлора для функций многих переменных с остатком в форме Пеано и в форме Лагранжа.
Тема 32. Задачи на экстремум функций многих переменных.
Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.
Тема 33. Неявные функции. Существование непрерывных и дифференцируемых неявных функций.
Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений.

Третий семестр

Модуль 1. Ряды с неотрицательными членами

Тема 34. Ряды действительных чисел, их свойства.
Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.
Тема 35. Сходимость рядов с неотрицательными членами.
Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 36. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
Тема 37. Признаки сходимости знакопеременных рядов.
Признак Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов. Оценка остатка для них. Признаки Абеля и Дирихле о сходимости рядов с парными произведениями.
Тема 38. Бесконечные произведения чисел, их свойства. Взаимосвязь бесконечных произведений и рядов.
Бесконечные произведения. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Ряды функций

Тема 39. Различные виды сходимости функциональных последовательностей.
Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
Тема 40. Равномерная сходимость рядов функций.
Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.
Тема 41. Функциональные свойства суммы ряда.
Условия: 1) непрерывности суммы ряда; 2) интегрируемости суммы ряда; 3) дифференцируемости суммы ряда.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 42. Функциональные свойства.
Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.
Тема 43. Ряд Тейлора.
Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
Тема 44. Приближение непрерывных функций многочленами.
Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на сегменте функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 45. Интегралы, зависящие от параметра.
Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметров.
Тема 46. Признаки равномерной сходимости интегралов.
Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.
Тема 47. Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.
Свойства гамма- и бета- функций Эйлера. Приложения к вычислению интегралов.

Модуль 6. Вариация функции

Тема 48. Функции ограниченной вариации. Свойства.
Классы функций ограниченной вариации. Свойства функций ограниченной вариации.
Тема 49. Критерий спрямляемости кривых.
Критерий для функции с ограниченной вариацией. Спрямляемые кривые.

Модуль 7. Интеграл Стилтьеса

Тема 50. Интеграл Стилтьеса. Существование.
Классы функций, для которых интеграл Стилтьеса существует.
Тема 51. Основные свойства. Вычисление.
Свойства интеграла Стилтьеса. Формула интегрирования по частям. Вычисление интеграла Стилтьеса.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 52. Плоская мера Жордана. Свойства.
Свойства измеримых по Жордану множеств.
Тема 53. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
Тема 54. Замена переменных в двойном интеграле.
Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Модуль 2. Тройные интегралы

Тема 55. Объемная мера Жордана. Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.
Свойства измеримых множеств. Свойства тройного интеграла. Объем тела в криволинейных интегралах. Способы вычисления тройного интеграла.
Тема 56. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.
Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла путем замены переменных. Приложения тройного интеграла.
Тема 57. Понятие о многомерных интегралах. Несобственные кратные интегралы.
Понятие о многомерных интегралах. Существование. Сведение к повторному интегралу. Понятие о несобственных кратных интегралах.

Модуль 3. Криволинейные интегралы

Тема 58. Криволинейные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Существование. Свойства и вычисление.
Тема 59. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.
Свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 4. Поверхностные интегралы

Тема 60. Поверхностные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.
Тема 61. Поверхностные интегралы второго рода. Свойства. Вычисление.
Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.
Тема 62. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.
Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница. Общая формула Стокса.

Модуль 5. Элементы теории поля

Тема 63. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Тема 64. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.
Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей. Обратная задача теории поля.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 65. Ортогональные системы функций. Общие свойства. Ряд Фурье.
Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Понятие о полноте и замкнутости.
Тема 66. Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Сходимость в точке.
Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини. Следствия. Примеры.
Тема 67. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$-периодических функций.
Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$ при произвольном положительном l.

Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье

Тема 68. Приближение функций тригонометрическими полиномами.
Ряды тригонометрических полиномов. Полнота и замкнутость тригонометрической системы.
Тема 69. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.
Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.
Тема 70. Преобразование Фурье. Свойства.
Интеграл Фурье. Интеграл в смысле главного значения. Преобразование Фурье и его свойства. Примеры.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

<u>П е р в ы й с е м е с т р</u>

Модуль 1. Поле действительных чисел

Тема 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.

Множества и операции над ними. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций и их преобразования.
Тема 2. Действительные числа.
Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Действия над действительными числами. Другие леммы о непрерывности множества действительных чисел: об отделимости, о вложенных сегментах, о конечном покрытии интервалами, о предельных точках.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Предел последовательности.
Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности.
Тема 4.Свойства сходящихся последовательностей.
Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Критерий Коши о числовых последовательностях.
Тема 5. Монотонные последовательности.
Свойства монотонных последовательностей. Теорема Эйлера.

Модуль 3. Предел функции

Тема 6. Свойства пределов.
Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Основная теорема о пределах.
Тема 7. Замечательные пределы.
Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы.
Тема 8. Асимптотическое поведение функций.
Асимптотическое поведение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Модуль 4. Непрерывные функции

Тема 9. Локальные свойства непрерывных функций.
Непрерывность и односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций.
Тема 10. Глобальные свойства непрерывных функций.
Свойства непрерывных на сегменте функций. Условия непрерывности монотонных функций.

Модуль 5. Производная и дифференциал

Тема 11. Производная и дифференциал функции одной переменной.
Некоторые приложения производной и дифференциала. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.
Тема 12. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.
Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Модуль 6. Формула Тейлора

Тема 13. Производные высших порядков.
Производные и дифференциалы высших порядков.
Тема 14. Формула Тейлора. Остаток.
Формула Тейлора с остатком в различных формах: Пеано, Лагранжа и Коши. Разложения элементарных функций.

Модуль 7. Исследование функции

Тема 15. Монотонность и точки экстремума.
Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.
Тема 16. Выпуклость и точки перегиба.
Выпуклые функции. Точки перегиба графика.
Тема 17. Полное исследование поведения функций.
Асимптоты графика функции. Полная схема исследования и построения графика функции.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 18. Первообразная и неопределенный интеграл.
Свойства неопределенных интегралов. Табличные интегралы.
Тема 19. Общие методы интегрирования функций**.**
Метод замены переменной. Интегрирования по частям.
Тема 20. Интегрирование рациональных функций и некоторых функций специального вида.
Интегралы от рациональных дробей с неприводимыми знаменателями. Интегрирование рациональных функций общего вида. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Модуль 2. Определенный интеграл

Тема 21. Определение интеграла Римана.

Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Вычисление с помощью интегральных сумм.

Тема 22. Суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций.

Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций. Тема 23. Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 24. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Модуль 2. Несобственные интегралы

Тема 25. Несобственные интегралы. Признаки сходимости**.**

Определение несобственных интегралов (первого и второго родов). Их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема26. Геометрические и другие естественно-научные приложения определенного интеграла.

Приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги, площади плоской фигуры, площади поверхности и объема тела вращения. Некоторые приложения определенного интеграла в физике и механике.

Модуль 3. Непрерывность и производные функций многих переменных

Тема 27. Конечномерное пространство. Понятие сходимости. Функции многих переменных.

Свойства сходящихся последовательностей пространственных точек. Область определения функций двух и трех переменных. Графики. Линии и поверхности уровня.

Тема 28. Пределы функций многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции. Вычисление.

Тема 29. Непрерывные функции многих переменных**.**

Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 30. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.

Частные производные функции во внутренней точке. Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции.

Модуль 3. Исследование функций многих переменных

Тема 31. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства. Формула Тейлора для функций многих переменных с остатком в форме Пеано и в форме Лагранжа.

Тема 32. Задачи на экстремум функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Тема 33. Неявные функции. Существование непрерывных и дифференцируемых неявных функций.

Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений.

<u>Т р е т и й с е м е с т р</u>

Модуль 1. Ряды с неотрицательными членами

Тема 34. Ряды действительных чисел, их свойства.

Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 35. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 36. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 37. Признаки сходимости знакопеременных рядов.

Признак Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов. Оценка остатка для них. Признаки

Абеля и Дирихле о сходимости рядов с парными произведениями.
Тема 38. Бесконечные произведения чисел, их свойства. Взаимосвязь бесконечных произведений и рядов.
Бесконечные произведения. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Ряды функций

Тема 39. Различные виды сходимости функциональных последовательностей.
Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
Тема 40. Равномерная сходимость рядов функций.
Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.
Тема 41. Функциональные свойства суммы ряда.
Условия: 1) непрерывности суммы ряда; 2) интегрируемости суммы ряда; 3) дифференцируемости суммы ряда.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 42. Функциональные свойства.
Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.
Тема 43. Ряд Тейлора.
Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
Тема 44. Приближение непрерывных функций многочленами.
Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на сегменте функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 45. Интегралы, зависящие от параметра.
Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметров.
Тема 46. Признаки равномерной сходимости интегралов.
Признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.
Тема 47. Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.
Свойства гамма- и бета- функций Эйлера. Приложения к вычислению интегралов.

Модуль 6. Вариация функции

Тема 48. Функции ограниченной вариации. Свойства.
Классы функций ограниченной вариации. Свойства функций ограниченной вариации.
Тема 49. Критерий спрямляемости кривых.
Критерий для функции с ограниченной вариацией. Спрямляемые кривые.

Модуль 7. Интеграл Стилтьеса

Тема 50. Интеграл Стилтьеса. Существование.
Классы функций, для которых интеграл Стилтьеса существует.
Тема 51. Основные свойства. Вычисление.
Свойства интеграла Стилтьеса. Формула интегрирования по частям. Вычисление интеграла Стилтьеса.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 52. Плоская мера Жордана. Свойства.
Свойства измеримых по Жордану множеств.
Тема 53. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
Тема 54. Замена переменных в двойном интеграле.
Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Модуль 2. Тройные интегралы

Тема 55. Объемная мера Жордана. Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.
Свойства измеримых множеств. Свойства тройного интеграла. Объем тела в криволинейных интегралах. Способы вычисления тройного интеграла.
Тема 56. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла путем замены переменных. Приложения тройного интеграла.
Тема 57. Понятие о многомерных интегралах. Несобственные кратные интегралы.
Понятие о многомерных интегралах. Существование. Сведение к повторному интегралу. Понятие о несобственных кратных интегралах.

Модуль 3. Криволинейные интегралы

Тема 58. Криволинейные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Существование. Свойства и вычисление.
Тема 59. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.
Свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 4. Поверхностные интегралы

Тема 60. Поверхностные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.
Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.
Тема 61. Поверхностные интегралы второго рода. Свойства. Вычисление.
Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.
Тема 62. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.
Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница. Общая формула Стокса.

Модуль 5. Элементы теории поля

Тема 63. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Тема 64. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.
Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей. Обратная задача теории поля.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 65. Ортогональные системы функций. Общие свойства. Ряд Фурье.
Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Понятие о полноте и замкнутости.
Тема 66. Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Сходимость в точке.
Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини. Следствия. Примеры.
Тема 67. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$-периодических функций.
Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$ при произвольном положительном l.

Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье

Тема 68. Приближение функций тригонометрическими полиномами.
Ряды тригонометрических полиномов. Полнота и замкнутость тригонометрической системы.
Тема 69. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.
Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.
Тема 70. Преобразование Фурье. Свойства.
Интеграл Фурье. Интеграл в смысле главного значения. Преобразование Фурье и его свойства. Примеры.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.
По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций. (избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала , 2006.

Задания для самостоятельной работы

СР-1

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n.
2. Найти супремум и инфимум множества $\mathrm{E} = \left\{ \frac{2n+1}{n+1},\ n = 1,2,\ldots \right\}$.
3. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

СР-2

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{tgx}$ в точке $a = 0$.
2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin\frac{1}{x}$.
3. Исследовать на дифференцируемость в точке $x = 0$ функцию $f(x)$, если $f(x) = x \cdot \sin\frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$.
4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$.

СР-3

1. Найти неопределенные интегралы $\int \frac{x+3}{x^2+2x-15}dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1}dx$, $\int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x}dx$.
2. Вычислить интегралы $\int_1^e x\ln x dx$, $\int_0^{\pi} \sin x \cdot e^{\cos x}dx$.
3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2}x^2$.

СР-4

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{2^n}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\sqrt{n+5}-\sqrt{n}\right)$,

4) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^3}{2^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n$, 7) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{n}{n+1}\right)^n$.

3. Найти области сходимости рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n}{n^3+1}x^n$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}}(x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!}\frac{1}{(x+1)^n}$.

4. Разложить в ряд Фурье: а) $f(x)=1-x,\ x\in(2;4)$; б) $f(x)=\begin{cases}1, x\ge 0,\\ -1, x<0\end{cases}$.

СР-5

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C (x+y)ds$, C: $x=t,\ y=\frac{3t^2}{\sqrt{2}},\ z=t^3,\ 0\le t\le 1$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{x^2dy-y^2dx}{x^{\frac{5}{3}}+y^{\frac{5}{3}}}$, где C – четверть астроиды $x=R\cos^3 t,\quad y=R\sin^3 t$ от точки (R,0) до точки (0,R).

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x-y)dxdy,\ D: y^2=\frac{b^2}{2}x,\ y=\frac{b}{a}x\ (a>0, b>0)$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right)dxdy,\ D: y=x, y=-x, y=1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (1-x^2)ydx+x(1+y^2)dy$, где C – окружность $x^2+y^2=R^2$.

СР-6

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C \sqrt{x^2+y^2}ds,\ C: x=a(\cos t+t\sin t)$, $y=a(\sin t-t\cos t),\ 0\le t\le 2\pi$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{y^2dx-x^2dy}{x^2+y^2}$, где C – полуокружность $x=a\cos t$, $y=a\sin t,\ 0\le t\le \pi$.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy)dxdy,\ D: y=\sqrt{x},\ y=2\sqrt{x},\ x=4$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f(x^2+y^2)dxdy,\ D: -1\le x\le 1$, $0\le y\le 1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int\limits_C (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$,

где С – эллипс.

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	*Виды и содержание самостоятельной работы*
Первый семестр	
Модуль 1. Поле действительных чисел	
1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.	Рефераты на темы: 1. Счетные множества.
2. Действительные числа.	Доклады на темы: 1. Дедекиндовы сечения. 2. Необходимость расширения множества рациональных чисел. 3. Несчетность множества действительных чисел любого интервала.
Модуль 2. Числовые последовательности	
1.Предел последовательности.	Решение задач и упражнений.
2.Свойства сходящихся последовательностей.	Решение задач и упражнений.
3.Монотонные последовательности.	Доклад на тему: Теорема Эйлера о числе *е.*
Модуль 3. Предел функции	
1.Свойства пределов.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона.
2.Замечательные пределы.	Решение задач и упражнений.
3.Асимптотическое поведение функций.	Решение задач и упражнений.
Модуль 4. Непрерывные функции	
1.Локальные свойства непрерывных функций.	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. Решение задач и упражнений.
2.Глобальные свойства непрерывных функций.	Доклады на темы: 1. Обратные тригонометрические функции.
Модуль 5. Производная и дифференциал	
1. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
Модуль 6. Формула Тейлора	
1. Производные высших порядков.	Решение задач и упражнений.
2. Формула Тейлора. Остаток.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
Модуль 7. Исследование функции	
1.Монотонность и точки экстремума.	Решение задач и упражнений.
2.Выпуклость и точки перегиба.	Решение задач и упражнений.
3. Полное исследование поведения функций.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Второй семестр	
Модуль 1. Неопределенный интеграл	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений.
2. Общие методы интегрирования функций.	Решение задач и упражнений.
3. Интегрирование рациональных функций	Реферат на тему: Разложение рациональной функции

и некоторых функций специального вида.	на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
Модуль 2. Определенный интеграл	
1. Определение интеграла Римана.	Решение задач и упражнений.
2. Суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций.	Доклады на темы: 1. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. 2. Интегрируемость разрывной функции Римана.
3.Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
4.Методы замены переменной и интегрирования по частям.	Решение задач и упражнений.
Модуль 3. Несобственные интегралы	
1.Несобственные интегралы. Признаки сходимости.	Решение задач.
2. Геометрические и другие естественно-научные приложения определенного интеграла.	Доклады на темы: 1. Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2. Спрямляемые кривые. 3. Кривая Пеано.
Модуль 4. Непрерывность и производные функции многих переменных.	
1. Конечномерное пространство. Понятие сходимости. Функции многих переменных.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывные функции многих переменных.	Решение задач.
4. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
Модуль 5. Исследование функций многих переменных	
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	Решение задач и упражнений.
2. Задачи на экстремум функций многих переменных.	Доклад на тему: Метод Лагранжа нахождения условного экстремума.
3. Неявные функции. Существование непрерывных и дифференцируемых неявных функций.	Реферат на тему: Функция и способы ее задания.
Третий семестр	
Модуль 1. Ряды с неотрицательными членами	
1. Ряды действительных чисел, их свойства.	Решение задач.
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.
Модуль 2. Знакопеременные ряды	
1. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
2. Признаки сходимости знакопеременных рядов.	Доклад на тему: Синус- и косинус-ряды.
3. Бесконечные произведения чисел, их свойства. Взаимосвязь бесконечных произведений и рядов.	Решение задач.
Модуль 3. Ряды функций	
1. Различные виды сходимости функциональных последовательностей.	Решение задач и упражнений.
2. Равномерная сходимость рядов функций.	Решение задач и упражнений.
3.Функциональные свойства суммы ряда.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.

Модуль 4. Степенные ряды	
1. Функциональные свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Ряд Тейлора.	Решение задач и упражнений.
3.Приближение непрерывных функций многочленами.	Решение задач и упражнений.
Модуль 5. Интегралы с параметрами	
1.Интегралы, зависящие от параметра. Свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Признаки равномерной сходимости.	Решение задач и упражнений.
2.Гамма- и бета-функции Эйлера и их приложения.	Реферат на тему: Приложения эйлеровых интегралов.
Модуль 6. Вариация функции	
1. Функции ограниченной вариации. Свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Критерий спрямляемости кривых.	Решение задач и упражнений.
Модуль 7. Интеграл Стилтьеса	
1. Интеграл Стилтьеса. Существование.	Решение задач и упражнений.
2. Основные свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
Четвертый семестр	
Модуль 1. Двойные интегралы	
1. Плоская мера Жордана. Свойства.	Реферат на тему: Общая мера Жордана.
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
3. Замена переменных в двойном интеграле.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Тройные интегралы	
1. Объемная мера Жордана. Свойства. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
3. Понятие о многомерных интегралах. Несобственные кратные интегралы.	Решение задач и упражнений.
Модуль 3. Криволинейные интегралы	
1. Криволинейные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.	Решение задач и упражнений.
Модуль 4. Поверхностные интегралы	
1. Поверхностные интегралы первого рода. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Поверхностные интегралы второго рода. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
3. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.	Решение задач и упражнений.
Модуль 5. Элементы теории поля	
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.	Решение задач и упражнений.
2. Потенциальные и соленоидальные поля.	Решение задач и упражнений.
Модуль 6. Ряды Фурье	
1. Ортогональные системы функций. Общие свойства. Ряд Фурье.	Решение задач и упражнений.
2. Тригонометрический ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Сходимость в точке.	Доклад на тему: Сравнение признаков Дини и Дирихле сходимости рядов Фурье.
3. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2l-периодических функций.	Решение задач и упражнений.
Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье	

1. Приближение функций тригонометрическими полиномами.	Решение задач и упражнений.
2. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.	Решение задач и упражнений.
3. Преобразование Фурье. Свойства.	Рефераты на темы: 1. Комплексное преобразование Фурье. 2. Преобразование Лапласа.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОК-7	Знать основной материал по началам каждого раздела математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Уметь: обобщать теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; пользоваться не только лекционным материалом и учебниками по математическому анализу, но и методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеть современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения элементарных функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественнонаучных дисциплинах.	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен
ОПК-1	Знать фундаментальные понятия математического анализа (действительное число, функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен

	функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. Уметь: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов. Владеть основными методами дифференциального и интегрального исчисления.	
ОПК-4	Знать: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования дифференцируемых функций; алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы. Уметь пользоваться прикладными программами Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеть: различными языками программирования на компьютерах.	Круглый стол, устный опрос, зачет, экзамен
ПК-1	Знать: различные определения предела функции; различные определения непрерывности функции; различные определения интеграла; важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Уметь: доказывать эквивалентность разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции, интегралов от данной функции по данной области;	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен

	иллюстрировать общую форму связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. Владеть: разными методами доказательства основных теорем математического анализа.	
ПК-2	Знать естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла; приложения дифференциального и интегрального исчисления в самой математике и естественных науках. Уметь: давать геометрическую интерпретацию основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления; Владеть: методами моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в форме дифференциальных уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.	Коллоквиум, Зачет, экзамен
ПК-3	Знать: точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем математического анализа. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть: классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем дифференциального и интегрального исчисления.	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен
ПК-4	Знать формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Уметь доказывать	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен

	существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем математического анализа путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	
ПК-8	Знать: разные подходы к определению основных понятий математического анализа, формулировки теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Уметь: давать общий анализ исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности; давать различные доказательства одной и той же теоремы. Владеть: как стандартными, так и оригинальными методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления.	Коллоквиум, зачет, экзамен
ПК-10	Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.
ОК-7
Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к самоорганизации и к самообразованию»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать основной материал по началам каждого раздела математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Уметь: обобщать теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; пользоваться не только лекционным материалом и учебниками по математическому анализу, но и методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеть современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения элементарных функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественнонаучных дисциплинах.	Знает слабо материал по некоторым разделам математического анализа с тем, чтобы использовать основную и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Умеет: обобщать некоторые теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; не всегда может пользоваться методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеет слабо современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения элементарных функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественнонаучных дисциплинах.	Знает не в полной мере основной материал по началам каждого раздела математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Умеет: обобщать различные теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; пользоваться не только лекционным материалом и учебниками по математическому анализу, но и методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеет не в полной мере современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения элементарных функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественнонаучных дисциплинах.	Знает основной материал по началам каждого раздела математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению. Умеет: обобщать теоремы математического анализа и давать их сравнительный анализ с другими смежными вопросами; пользоваться не только лекционным материалом и учебниками по математическому анализу, но и методическими пособиями, интернет-ресурсом. Владеет современными информационными технологиями при изучении свойств непрерывных функций, при исследовании поведения функций с помощью производных, при изучении приложений производных и интегралов в геометрии и естественнонаучных дисциплинах.

ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать фундаментальные понятия математического анализа (действительное число, функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. Уметь: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов. Владеть основными методами дифференциального и интегрального исчисления.	Допускает неточности в определениях и формулировках основных теорем математического анализа. Решает несложные задачи на нахождение пределов, производных, интегралов, на исследование поведения несложных функций и на исследование сходимости рядов.	Демонстрирует знание определений фундаментальных понятий, формулирует основные теоремы математического анализа. Может решить типичные задачи на нахождение пределов, производных, интегралов, на исследование поведения функций и на исследование сходимости рядов.	Показывает знание строгих определений фундаментальных понятий и формулировок основных теорем математического анализа. Может решить задачи разного уровня сложности на нахождение пределов, производных, интегралов, на исследование поведения функций и на исследование сходимости рядов. Освоил основные методы дифференциального и интегрального исчисления.

ОПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования дифференцируемых функций; алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы.	Знает слабо: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования дифференцируемых функций;	Знает в достаточной степени: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования	Знает: компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows или Linux; алгоритм представления дифференцируемых функций по формуле или в виде ряда Тейлора; схему полного исследования дифференцируемых функций;

	Уметь пользоваться прикладными программами Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеть различными компьютерными языками программирования.	алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы. Умеет пользоваться хотя бы одной из прикладных программ Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеть хотя бы одним компьютерным языком программирования.	дифференцируемых функций; алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы. Умеет пользоваться некоторыми из прикладных программ Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеет компьютерными языками программирования.	алгоритм представления периодических функций в виде ряда Фурье; пошаговое определение интегралов через интегральные суммы. Умеет пользоваться прикладными программами Mathcad, Matlab, Mathematica, информационно-справочными системами. Владеет различными компьютерными языками программирования.

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
	Знать: различные определения предела функции; различные определения непрерывности функции; различные определения интеграла; важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Уметь: доказывать эквивалентность разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции, интегралов от данной функции по данной области; иллюстрировать общую форму связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. Владеть: разными методами доказательства основных теорем математического	Достаточно слабо знает: различные определения предела функции; различные определения непрерывности функции; различные определения интеграла; важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Не умеет доказывать эквивалентность разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции, интегралов от данной функции по данной области; плохо представляет	Знает: не все определения предела функции; не все определения непрерывности функции; не все определения интеграла; не все важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Допускает неточности при доказательстве эквивалентности разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции,	Знает: различные определения предела функции; различные определения непрерывности функции; различные определения интеграла; важнейшие формулы классического анализа: Ньютона-Лейбница, Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Умеет: доказывать эквивалентность разных определений соответственно предела функции, непрерывности функции,

	анализа.	связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. .	интегралов от данной функции по данной области; слабо предсталяет себе общую форму связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. Владеет разными методами доказательства некоторых из основных теорем математического анализа.	интегралов от данной функции по данной области; иллюстрировать общую форму связи в формулах нахождения интеграла по данной области через интеграл по ее границе. Владеет разными методами доказательства основных теорем математического анализа.

ПК-2
Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики»

Уровень	Показатели(что бучающийся должен родемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Уровень пороговый	Знать естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла; приложения дифференциального и интегрального исчисления в самой математике и естественных науках. Уметь: давать геометрическую интерпретацию основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления; Владеть: методами моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в форме дифференциальных уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.	Достаточно слабо знает естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла или приложения дифференциального и интегрального исчисления в самой математике и естественных науках. Допускает ошибки в геометрических интерпретациях основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления. Знает отдельные методы моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в	Знает некоторые естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла; некоторые приложения дифференциального и интегрального исчисления в самой математике и естественных науках. Допускает неточности в геометрических интерпретациях основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления. Владеть некоторыми методами моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в	Знает естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям математического анализа: действительного числа, предела функции, непрерывности, производной, интеграла; приложения дифференциального и интегрального исчисления в самой математике и естественных науках. Умеет: давать геометрическую интерпретацию основных теорем дифференциального исчисления и теорем о среднем интегрального исчисления. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач с помощью производных (в форме дифференциальных

		форме дифференциальных уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.	форме дифференциальных уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.	уравнений), в форме ряда Тейлора, ряда Фурье или другого функционального ряда, в форме равенства или неравенства некоторых интегралов.

ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата»

Уровень	Показатели(что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать: точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем математического анализа. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть: классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем дифференциального и интегрального исчисления.	Допускает ошибки в определениях основных понятий и формулировках основных теорем математического анализа. Допускает логические ошибки в математических рассуждениях при доказательстве теорем математического анализа, не всегда соблюдает причинно-следственные связи. Знает классические методы доказательства отдельных из основных принципов анализа и важнейших теорем дифференциального и интегрального исчисления.	Допускает неточности в определениях основных понятий и формулировках основных теорем математического анализа. Допускает логические неточности в математических рассуждениях при доказательстве теорем математического анализа, не всегда следит за причинно-следственными связями. Знает различные классические методы доказательства некоторых принципов анализа и различных теорем дифференциального и интегрального исчисления.	Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем математического анализа. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеет классическими методами доказательства основных принципов анализа и важнейших теорем дифференциального и интегрального исчисления.

ПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью публично представлять собственные и известные научные результаты»

Уров	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

е н ь п о р о г о в ы й	Знать формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем математического анализа путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	Формулирует основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления. Допускает неточности при анализе исходных условий этих теорем.	Знает формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Достаточно активное участие принимает при коллективном анализе исходных условий этих теорем.	Знает строгие формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Может дать полный анализ исходных условий этих теорем. Написал реферат или сделал доклад по тематике современных вопросов математического анализа.

ПК-8

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью представлять и адаптировать знания с учетом уровня аудитории»

Уровень	Показатели(что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
У р о в е н ь п о р о г о в ы й	Знать: разные подходы к определению основных понятий математического анализа, формулировки теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Уметь: давать общий анализ исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности; давать различные доказательства одной и той же теоремы. Владеть: как стандартными, так и оригинальными методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления.	Слабо знает разные подходы к определению основных понятий математического анализа, допускает ошибки в изменениях формулировок теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Допускает ошибки при анализе исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности. Знает отдельные методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления.	Знает: разные подходы к определению некоторых из основных понятий математического анализа, формулировки некоторых теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Допускает неточности при общем анализе исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности; знает различные доказательства некоторых теорем. Знает разные методы решения некоторых задач дифференциально	Знает: разные подходы к определению основных понятий математического анализа, формулировки теорем математического анализа при различных изменениях их исходных условий. Умеет: давать общий анализ исходных условий теорем математического анализа с точки зрения их существенности, необходимости, критериальности; давать различные доказательства одной и той же теоремы. Владеет как стандартными, так и оригинальными методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления.

			го и интегрального исчисления.	

ПК-10

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать на достаточно высоком уровне курс математического анализа по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.	Знает на определенном уровне элементы математического анализа из школьного курса математики.	Знает вопросы школьного курса начал математического анализа. Может оценить объем материала, необходимого для освоения школьниками разделов Производная и Первообразная.	Знает на высоком уровне вопросы школьного курса начал математического анализа. Может оценить объем материала, необходимого для освоения школьниками всех разделов начал математического анализа, и установить связи между различными его разделами.

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность $x_n = \dfrac{1}{3n-7}$?
5. Верно ли «Бесконечно большая последовательность неограничена сверху»?

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Условия существования определенного интеграла.
4. Некоторые классы интегрируемых функций.
5. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
6. Основная теорема интегрального исчисления.
7. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Понятие о несобственном интеграле.
2. Числовой ряд. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.

4. Общий критерий сходимости числовых рядов.
5. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
6. Интегральный признак сходимости рядов.
7. Признак Даламбера сходимости.
8. Признак Коши сходимости числовых рядов.
9. Признаки Раабе и Гаусса сходимости числовых рядов.
10. Условная и безусловная сходимости рядов.
11. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
12. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.
13. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
14. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
15. Преобразование Абеля.
16. Признак Абеля сходимости рядов.
17. Признак Дирихле сходимости рядов.
18. Бесконечные произведения. Их сходимость.
19. Критерий сходимости произведения.
20. Сравнение сходимости произведений и соответствующих рядов.

Примерные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кратные интегралы»

1. Сведение двойного интеграла к повторному.
2. Вычислить интеграл, если C - граница фигуры, ограниченной линиями.
3. Двойной интеграл в криволинейных интегралах.
4. Вычислить интеграл $\int\limits_C (x-y)dy$ по положительному направлению, если C - дуга параболы $y=x^2$. $(0 \le x \le 1)$.
5. Двойной интеграл в полярных координатах
6. Вычислить интеграл $\int\limits_{AB} (2x+y)dx+(2y+x)dy; \quad A(0,0), B(1,1)$.
7. Формула Грина.
8. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\rho=\sin\varphi$.
9. Определение и свойства криволинейного интеграла первого рода.
10. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y=\sin x,\ y=-\sin x,\ x=0,\ x=\dfrac{\pi}{2}$.
11. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
12. Вычислить интеграл $\iint\limits_D \sin\left(x^2+y^2dxdy\right)$, где $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2 \le R^2\right\}$.
13. Существование и вычисления криволинейного интеграла первого рода.
14. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=x^2+y^2, \quad z=1$.
15. Площадь в криволинейных координатах.
16. Вычислить интеграл $\int\limits_C (x+y)ds$ по границе треугольника, ограниченного линиями $x=0, \quad y=2-x, \quad y=0$.

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

-2)	Пусть E -произвольное числовое множество. Тогда верно утверждение: 1) Для ограниченности E необходима конечность E. 2) Для конечности E необходима ограниченность E. 3) Для конечности E достаточна ограниченность E. 4) Необходимым и достаточным условием ограниченности E является конечность E.
-2)	Пусть $E=\left\{1,\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3},...\right\}$. Тогда верно утверждение: 1) $sup\ E=1, inf\ E$ не существует.

	2) $inf\ E=0, min\,E$ не существует. 3) $inf\ E=0, sup\,E$ не существует. 4) $max\,E=1, inf\ E$ не существует.
-3)	Выберите неверное утверждение: 1) В любой окрестности любого действительного числа найдется рациональное число. 2) Любое действительное число расположено между двумя целыми числами. 3) Супремум ограниченного множества рациональных чисел всегда рациональное число. 4) Инфимум любого множества натуральных чисел является натуральным числом.
-4)	Выберите верное утверждение: 1) Любая система сегментов имеет непустое пересечение. 2) Любое числовое множество имеет хотя бы одну конечную предельную точку. 3) Если некоторая система сегментов имеет единственную общую для этих сегментов точку, то их длины обязательно стремятся к нулю. 4) Система вложенных интегралов необязательно имеет общую для всех этих интервалов точку.
-1)	Пусть $E=\left\{\frac{n+1}{n}\middle\vert n\in N\right\}$. Тогда 1) $inf\ E=1$; 2) $min\,E=1$; 3) $sup\,E$ не существует; 4) $max\,E$ не существует.
-2)	Пусть $E=\left\{\frac{n-1}{n}\middle\vert n\in N\right\}$. Тогда 1) $inf\ E$ не существует; 2) $min\,E=0$; 3) $sup\,E$ не существует; 4) $max\,E=1$.
-4)	Пусть E - ограниченное числовое множество. Тогда 1) всегда $inf\ E < sup\,E$; 2) возможно $inf\ E > sup\,E$; 3) всегда $inf\ E = min\,E$; 4) возможно $inf\ E = max\,E$.
-1)	Пусть E -ограниченное числовое множество. Тогда всегда 1) существует число, равное $sup\,E$; 2) существует число, равное $max\,E$; 3) $minE < max\,E$.
-2)	Пусть E - множество всех отрицательных чисел. Тогда 1) $max\,E=0$; 2) $sup\,E=0$; 3) существует $max\,E$; 4) существует $min\,E$.
-1)	Пусть $E=\left\{\frac{2n}{n^2+1}\middle\vert n\in N\right\}$. Тогда 1) $max\,E=1$; 2) $sup\,E<1$; 3) $inf\ E$ не существует.
-3)	Пусть E - некоторое множество отрицательных чисел. Тогда 1) $sup\,E$ всегда существует и является отрицательным числом; 2) $sup\,E$ может быть положительным числом; 3) любое положительное число служит верхней границей E; 4) $sup\,E$ не существует.
-3)	Для существования $sup\,E$ (E - числовое множество) ограниченность E служит 1) необходимым и достаточным условием;

	2) необходимым, но не достаточным условием; 3) достаточным, но не необходимым условием; 4) ни необходимым, ни достаточным условием.
-2)	Найти формулу общего члена последовательности $1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, 0, \ldots$ 1) $\frac{n-2}{2n-1}$; 2) $\frac{1-(-1)^n}{2n}$; 3) $\frac{1}{2n-1}$ или 0; 4) не существует.
-1)	Последовательность $x_n = \frac{n}{n+1}$ является 1) возрастающей. 2) убывающей. 3) стационарной. 4) немонотонной.
-3)	Последовательность $x_n = n^2 - n$ 1) ограничена. 2) не имеет предела. 3) ограничена снизу. 4) сходится.
-2)	Из сходимости последовательности x_n всегда вытекает, что она 1) сохраняет знак, начиная с некоторого номера n. 2) имеет единственный предел. 3)бесконечно малая или бесконечно большая. 4) монотонная.
-2)	Выберите верное утверждение: 1) Сумма бесконечно малых последовательностей всегда является бесконечно малой последовательностью. 2) Произведение бесконечно малых последовательностей всегда является бесконечно малой последовательностью 3) Произведение любой последовательности на бесконечно малую является бесконечно малой последовательностью. 4) Сумма бесконечно большой последовательности с любой последовательностью является бесконечно большой последовательностью.
-2)	Выберите неверное утверждение: 1) Любая бесконечно большая последовательность неограничена. 2) Любая неограниченная последовательность является бесконечно большой. 3) Бесконечно большая последовательность может иметь два предела. 4) Неограниченная последовательность может иметь сходящуюся подпоследовательность.
-3)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+2+\ldots+n}{n^2-7}$. 1) 1; 2) не существует; 3) 0,5; 4) 0.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1} - n\right)$. 1) 0; 2) ∞; 3) $\sqrt{2}$; 4) не существует.
-2)	Выберите неверное утверждение: Из сходимости числовой последовательности вытекает, что она 1) фундаментальна; 2) монотонна; 3) ограничена снизу; 4) ограничена сверху.
-3)	Выберите верное утверждение: Из ограниченности числовой последовательности вытекает, что 1) она сходится; 2) все ее частичные пределы равны;

	3) все ее частичные пределы конечны; 4) множество ее значений конечно.
-1)	Из любой числовой последовательности можно выделить сходящуюся подпоследовательность, если сама последовательность 1) ограничена; 2) ограничена сверху и неограничена снизу; 3) неограничена сверху.
-2)	Выберите верное утверждение: 1) Из любой (числовой) последовательности можно выделить ограниченную подпоследовательность. 2) Из любой неограниченной последовательности можно выделить бесконечно большую подпоследовательность. 3) Из любой ограниченной последовательности можно выделить бесконечно малую подпоследовательность.
-2)	Выберите верное утверждение: 1) Любая неограниченная (числовая) последовательность является бесконечно большой. 2) Любая бесконечно большая последовательность является неограниченной. 3) Любая бесконечно большая последовательность имеет единственный предел.
-1)	Выберите верное утверждение: 1) Любая бесконечно малая последовательность является сходящейся. 2) Любая сходящаяся последовательность является бесконечно малой. 3) Из бесконечно малой последовательности можно выделить бесконечно большую подпоследовательность.
-2)	Последовательность $x_n = \frac{2n}{n^2+1}$ $(n = 1,2,...)$ является 1) возрастающей; 2) строго убывающей; 3) нестрого убывающей.
-3)	Последовательность $x_n = (-1)^n$ $(n = 1,2,...)$ является 1) сходящейся; 2) фундаментальной; 3) ограниченной и расходящейся; 4) неограниченной.
-2)	Последовательность $x_n = n^{(-1)^n}$ $(n = 1,2,...)$ является 1) бесконечно большой; 2) неограниченной; 3) ограниченной.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \cos n$. 1) 0; 2) не существует; 3) ∞.
-2)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) \sin n$. 1) не существует; 2) 0; 3) ∞.
-3)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$. 1) 1; 2) 0; 3) -1.
-1)	Последовательность $x_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ $(n = 2,3,...)$ 1) убывает и ограничена снизу; 2) возрастает и ограничена сверху; 3) ограничена и не сходится.
-2)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\cos^2(n+3)}{n}$. 1) не существует; 2) 0; 3) $+\infty$.

-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}\right)$. 1) 0; 2) 1; 3) ∞.
-3)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-1}\right)$. 1) ∞; 2) 1; 3) 0.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3}{3^n}$. 1) 0; 2) ∞; 3) не существует.
-2)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-5n+1}{n^2+7n+6}$. 1) ∞; 2) 1; 3) 2 ; 4) 0.
-3)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+(-1)^n\right)$. 1) 0; 2) 2; 3) не существует.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+\sin n}{n+\cos n}$. 1) 1; 2) не существует; 3) 0.
-3)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}0,\underbrace{11\ldots1}_{n\ ед}$. 1) не существует; 2) $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{9}{10}$.
-2)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\ln(n+1)-\ln n\right)$. 1) ∞; 2) 0; 3) 1.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-5n+1}{n^2+7n+6}$. 1) 1; 2) ∞; 3) не существует.
-3)	Обратной к функции $f(x)=-\sqrt{x}$ на промежутке $[0,+\infty)$ является 1) $g(x)=x^2$ *на* $(-\infty,+\infty)$; 2) $g(x)=-x^2$ *на* $(-\infty,0)$; 3) $g(x)=x^2$ *на* $(-\infty,0]$; 4) $g(x)=\sqrt{x}$ *на* $(0,+\infty)$.
-2)	Найти суперпозицию $f(g(x))$, если $f(x)=x^3$, $g(x)=3^x$. 1) x^{3x}; 2) 3^{3x}; 3) x^{3^x}; 4) 3^{x^3}.
-2)	Функция $f(x)=\ln\frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}$ является 1) четной; 2) нечетной; 3) ни четной, ни нечетной.
-1)	Функция $f(x)=\frac{x^4+3x^3+1}{x^4+1}$ на промежутке $(-\infty,+\infty)$ 1) ограничена; 2) ограничена лишь снизу; 3) ограничена лишь сверху; 4) неограничена.

-2)	Функция $f(x)=e^{\frac{1}{\sin x}}$ на промежутке $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$. 1) убывает; 2) возрастает; 3) не является монотонной.
-3)	График функции $y=x+\frac{1}{x}$ имеет 1) лишь вертикальную асимптоту; 2) горизонтальную асимптоту; 3) наклонную и вертикальную асимптоты; 4) лишь наклонную асимптоту.
-3)	Выберите неверное утверждение: Если функция $f(x)$ определена на интервале (a,b) и имеет конечный предел в точке $c\in(a,b)$, то всегда 1) этот предел единствен; 2) $f(x)$ ограничена в некоторой окрестности точки c; 3) $f(x)$ эквивалентна постоянной функции в окрестности точки c.
-2)	Выберите верное утверждение: Функция $f(x)$, определенная на интервале (a,b), всегда имеет предел в точке $c\in(a,b)$, если 1) $f(x)$ монотонна на (a,b); 2) односторонние пределы $f(x)$ в точке c равны; 3) $f(x)$ имеет экстремум в точке c.
-4)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$. 1) 1; 2) 0; 3) не существует; 4) 2.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\sin x}$. 1) 1; 2) e; 3) не существует; 4) ∞.
-4)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 3x}$. 1) 0; 2) 1; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{9}$.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\cos\frac{1}{x}$. 1) 1; 2) ∞; 3) не существует; 4) 0.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{ctgx}$. 1) 1; 2) 0; 3) e; 4) не существует.
-2)	Выберите неверное утверждение: Если функция $f(x)$ определена на интервале (a,b) и непрерывна в точке $c\in(a,b)$, то всегда 1) $f(x)$ ограничена в некоторой окрестности точки c; 2) $f(x)$ сохраняет знак в окрестности точки c; 3) предел $f(x)$ в точке с равен $f(c)$.

-1)	Выберите неверное утверждение: Если функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a,b]$, то всегда 1) $f(x)$ имеет нули на $[a,b]$; 2) в некоторой точке $c \in [a,b]$ принимает значение, равное $\frac{1}{3}f(a)+\frac{2}{3}f(b)$; 3) $f(x)$ равномерно непрерывна на $[a,b]$; 4) $f(x)$ ограничена на всем сегменте $[a,b]$.
-2)	Выберите верное утверждение: Если функция $f(x)$ равномерно непрерывна на данном промежутке, то всегда на этом промежутке 1) $f(x)$ ограничена; 2) непрерывна; 3) $f(x)$ достигает своих точных границ.
-2)	Выберите неверное утверждение: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, то всегда в этой точке непрерывна функция 1) $\sqrt[3]{f(x)}$; 2) $\ln f(x)$; 3) $e^{f(x)}$; 4) $\cos f(x)$.
-1)	Если $f(x)=x\sin\frac{1}{x}$ при $x\neq 0$ и $f(0)=0$, то 1) $f(x)$ непрерывна на всей оси; 2) имеет разрыв I рода в точке $x=0$; 3) имеет разрыв II рода в точке $x=0$.
-2)	Функция $f(x)=\frac{\sin\pi x}{x^2-x}$ 1) непрерывна; 2) имеет устранимые разрывы в точках $x=0$ и $x=1$; 3) имеет бесконечные разрывы в точках $x=0$ и $x=1$.
-2)	Функция $f(x)=5x+\sin x$ на оси $(-\infty,+\infty)$ 1) непрерывна, но не равномерно; 2) равномерно непрерывна; 3) не имеет непрерывной обратной функции.
-1)	Функция $f(x)=\frac{1}{\ln x}$ в точке $x=1$ 1) имеет бесконечный разрыв; 2) непрерывна; 3) имеет существенный разрыв.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$. 1) 1; 2) 0; 3) не существует.
-2)	Функция $f(x)=x\cos\frac{1}{x}$ в точке $x=0$ 1) имеет существенный разрыв; 2) имеет устранимый разрыв; 3) непрерывна.

-1)	Обратной к функции $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}}$ на промежутке $(0,+\infty)$ является 1) $g(x) = \frac{1}{x^2}$ на $(-\infty,0)$; 2) $g(x) = -\sqrt{x}$ на $(0,+\infty)$; 3) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ на $(0,+\infty)$.
-1)	Найти суперпозицию $f(g(x))$, если $f(x) = 3^x, g(x) = x^3$. 1) 3^{x^3}; 2) x^{3^x}; 3) 3^{3x}.
-2)	Функция $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ является 1) четной; 2) нечетной; 3) ни четной, ни нечетной.
-1)	Функция $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ 1) ограничена; 2) ограничена лишь снизу; 3) ограничена лишь сверху;
-1)	Функция $y = \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^{x^3}$ является 1) убывающей; 2) возрастающей; 3) не монотонной.
-3)	Пусть функция $f(x^2)$ определена на отрезке $[-1,1]$.Тогда она на этом отрезке 1) может быть строго возрастающей; 2) может быть строго убывающей; 3) является немонотонной или постоянной.
-2)	Найти асимптоты графика функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. 1) не существует; 2) $y = \pm x$; 3) $y = 0$.
-2)	Найти вертикальные асимптоты графика функции $f(x) = \ln\sin x$. 1) не существует; 2) $x = \pi n, n \in Z$; 3) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.
-3)	Если функция $f(x)$ не имеет конечного предела в точке $c \in (a,b)$, то 1) всегда в любой окрестности этой точки она неограничена; 2) всегда в окрестности этой точки она является бесконечно большой; 3) в некоторой окрестности этой точки она может быть ограниченной.
-2)	Функция $f(x) = arctgx$ на $(-\infty,+\infty)$ 1) не имеет точных границ; 2) не достигает своих точных границ; 3) достигает своих точных границ.
-1)	Пусть $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$. Тогда функция $f(x)$ на отрезке $[0,1]$ 1) достигает своих точных границ; 2) не является равномерно непрерывной; 3) является неограниченной.
-1)	Функция $f(x) = x^2$ 1) на интервале $(0,1)$ является равномерно непрерывной;

	2) на $(-\infty,+\infty)$ является равномерно непрерывной; 3) на $(0,1)$ достигает своих точных границ.
-1)	Функция $f(x)=x^3-3x^2+4x-1$. 1) имеет на интервале $(0,1)$ хоты бы один нуль; 2) на интервале $(0,1)$ не принимает значение $-0{,}5$; 3) на отрезке $[0,1]$ не достигает своего супремума.
-2)	Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$. 1) $y=\pm x$; 2) $y=x$; 3) не существуют.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-2)(x+3)}{x^2-6x+1}$. 1) 0; 2) ∞; 3) 1.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 10x}$. 1) 0; 2) 1; 3) $\dfrac{1}{2}$.
-2)	Найти $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin x-\sin 1}{x-1}$. 1) 0; 2) $\cos 1$; 3) не существует.
-2)	Найти $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. 1) 0; 2) $\dfrac{1}{2}$; 3) ∞.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{x}$. 1) 3; 2) 0; 3) ∞.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$. 1) 0; 2) ∞; 3) 2.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$. 1) e; 2) 1; 3) ∞.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin(x-3)}{x^2-9}$. 1) ∞; 2) 0; 3) $\dfrac{1}{6}$.
-2)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{x^2}$. 1) 3; 2) ∞; 3) 0.

-1)	Пусть $f(x)=\dfrac{sin\,x}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0)=0$. Тогда в точке $x=0$ функция $f(x)$ 1) непрерывна; 2) имеет бесконечный разрыв; 3) имеет устранимый разрыв.
-2)	Пусть $f(x)=\dfrac{arc\,sin\,x}{x}$ при $x \in [-1,1] \setminus \{0\}$ и $f(0)=a$. Тогда $f(x)$ непрерывна в точке $x=0$ 1) при $a=0$; 2) при $a=1$; 3) при любом a.
-2)	Пусть $f(x)=x+1$ при $x \geq 0$ и $f(x)=x$ при $x<0$. Тогда функция $f(x)$ в точке $x=0$ 1) непрерывна; 2) имеет разрыв со скачком; 3) имеет существенный разрыв.
-2)	Производная функции $\sqrt[3]{x-1}$ в точке $x=1$ 1) не существует; 2) равна $+\infty$; 3) равна 0.
-3)	Функция $\lvert x-1 \rvert$ в точке $x=1$ 1) имеет производную; 2) дифференцируема; 3) имеет односторонние производные.
-1)	Если $f(x)=x\cos\dfrac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0)=0$, то в точке $x=0$ функция $f(x)$ 1) непрерывна, но не имеет производной; 2) непрерывна и имеет односторонние производные; 3) дифференцируема.
-2)	Функция $f(x)=\sqrt[5]{x-2}$ в точке $x=2$ 1) имеет производную и дифференцируема; 2) имеет производную, но не дифференцируема; 3) непрерывна и дифференцируема.
-3)	Производная функции $cos^2 3x$ равна 1) $-6\,sin\,3x$; 2) $6\cos 3x$; 3) $-3\,sin\,6x$; 4) $-2\cos 3x\,sin\,3x$.
-1)	Из дифференцируемости функции в данной точке вытекает, что в этой точке она 1) непрерывна и имеет конечную производную; 2) непрерывна, но может иметь бесконечную производную; 3) непрерывна и может не иметь производной.
-2)	Дифференциал функции $e^{sin\,x}$ в точке $x=0$ равен 1) 0; 2) dx; 3) не существует.
-1)	Производная функции $x^{ln\,x}$ равна 1) $2\ln x \cdot x^{ln\,x-1}$; 2) $x^{ln\,x}\ln x$; 3) $x^{ln\,x-1}\ln x$; 4) $\ln x \cdot x^{ln\,x-1}$.
-3)	Для строгого возрастания дифференцируемой функции на интервале 1) необходимо и достаточно, чтобы ее производная была строго положительной на этом интервале; 2) необходима строгая положительность ее производной на этом интервале; 3) достаточна строгая положительность ее производной на этом интервале.
-2)	Найти промежутки убывания функции $y=x^2e^{-x}$ 1) $[0,2]$; 2) $(-\infty;0]$ и $[2;+\infty)$; 3) $(-\infty,+\infty)$.

-1)	Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$. 1) $e^{-1,5}$; 2) e^{-1}; 3) e.
-3)	Найти наибольшее значение функции $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ 1) не существует; 2) 1; 3) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.
-2)	Найти промежутки возрастания функции $y = x \ln x$. 1) $\left[1,+\infty\right)$; 2) $\left[\dfrac{1}{e},+\infty\right)$; 3) $\left(e,+\infty\right]$.
-1)	Найти промежутки выпуклости (вниз) функции $y = x + \dfrac{1}{x}$. 1) $(0,+\infty)$; 2) $(1;+\infty)$; 3) $(-\infty,0)$.
-2)	Найти точки экстремумов функции $y = xe^{-x}$. 1) 0; 2) 1; 3) -1.
-3)	Найти абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ параллельна прямой $y = -3x$. 1) 0; 2) -1; 3) 1.
-3)	Уравнением горизонтальной касательной к графику функции $f(x) = e^x + e^{-x}$ служит 1) $y = 1$; 2) $y = 3$; 3) $y = 2$.
-3)	При каком x функция $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ принимает наибольшее значение? 1) $x = \dfrac{1}{e}$; 2) $x = 1$; 3) $x = e$.
-1)	Найти правую производную функции $\lvert \sin x \rvert$ в точке π. 1) 1; 2) 0; 3) -1.
-2)	Найти абсциссы всех точек, в которых касательная к графику функции $f(x) = x^3 - 2x - 1$ перпендикулярна прямой $y = -x$. 1) 1; 2) ± 1; 3) -1.
-1)	Функция $f(x) = \lvert x - 3 \rvert$ в точке $x = 3$ 1) непрерывна и имеет односторонние производные; 2) непрерывна и имеет производную; 3) непрерывна и дифференцируема.
-1)	Производная функции $e^{\ln^2 x}$ в точке $x = 1$ равна 1) 0; 2) 1; 3) e.
-3)	Производная функции $\sin \pi \sqrt{x}$ в точке $x = 1$ равна 1) 0; 2) $-\pi$; 3) $-\dfrac{\pi}{2}$.
-2)	Пусть $f(x) = x^2 \cos \dfrac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$. Тогда производная функции $f(x)$

	в точке $x=0$ 1) равна 1; 2) равна 0; 3) не существует.
-1)	Пусть $f(x)=\cos x$ при $x\le 0$ и $f(x)=x^2+1$ при $x>0$. Тогда функция $f(x)$ 1) дифференцируема в точке $x=0$; 2) не имеет производной; 3) непрерывна, но не дифференцируема.
-3)	Найти производную функции $f(x)=x^x$ в точке $x=1$ 1) e; 2) 0; 3) 1.
-1)	Найти промежутки выпуклости вверх функции $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{1}{6}x^3$. 1) $[0,1]$; 2) $(-\infty,0]$ и $[1,+\infty)$; 3) $(-\infty,+\infty)$.
-2)	Найти точки перегиба графика функции $f(x)=\frac{1}{12}x^4-\frac{1}{6}x^3$. 1) $-1;1$; 2) $0;1$; 3) нет точек перегиба.
-1)	Найти точки перегиба графика функции $arctgx$. 1) 0; 2) ± 1; 3) 1.
-2)	Найти стационарные точки функции $\arcsin x^2$. 1) π; 2) 0; 3) ± 1.
-3)	Найти промежутки возрастания функции $f(x)=lg(x^2+x+1)$. 1) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$; 2) $(-\infty,+\infty)$; 3) $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$.
-2)	Пусть функция $f(x)$ дифференцируема на отрезке $[a,b]$ и $f(a)=f(b)$. Тогда 1) всегда $f(x)$ имеет хотя бы один строгий локальный экстремум на (a,b); 2) всегда $f'(x)=0$ хотя бы в одной точке из (a,b); 3) всегда $f'(x)=0$ хотя бы в двух точках из $[a,b]$.
-1)	Если дифференцируемая на данном отрезке функция имеет на нем четыре различных нуля, то ее производная на этом отрезке 1) имеет хотя бы три нуля; 2) всегда имеет четыре нуля; 3) может не иметь ни одного нуля.
-1)	Пусть $f(x)=x^2$ при $x\le 0$ и $f(x)=ax$ при $x>0$. Тогда функция $f(x)$ 1) является дифференцируемой лишь при $a=0$; 2) не имеет производной в точке $x=0$ ни при каком a; 3) является выпуклой на $(-\infty,+\infty)$ при всех a.
-1)	Графики функций x^2 и x^3 имеют общие касательные 1) лишь в точке $x=0$; 2) в точках $x=0$ и $x=\frac{2}{3}$; 3) в точках $x=0$ и $x=1$.
-3)	Угол между касательными к графикам функций x^2 и x^3 в точке с абсциссой $x=1$ равен 1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $arctg\,\frac{2}{3}$; 3) $arctg\,\frac{1}{7}$; 4) $arctg\,\frac{1}{6}$.

-1)	Найти значения x, при которых касательные к графикам функций $\frac{1}{2}x^2$ и $\frac{1}{3}x^3$ в точках с абсциссой x взаимно перпендикулярны. 1) $x=-1$; 2) $x=0$; 3) $x=\frac{2}{3}$.
-2)	Найти точки экстремумов функции $f(x)=\frac{\ln x}{x}$. 1) $x=1$; 2) $x=e$; 3) не существует.
-2)	Найти точки перегиба графика функции $x^2 \ln x$. 1) e; 2) $e^{-\frac{3}{2}}$; 3) $e^{-\frac{1}{2}}$.
-1)	Найти точки экстремумов функции $2x+\cos x$. 1) не существуют; 2) $\pi n, n\in z$; 3) 0.
-3)	Пусть $f(x)$ дважды дифференцируема в окрестности точки x_0 и $d^2 f(x_0)>0$. Тогда 1) всегда x_0 - точка локального минимума $f(x)$; 2) x_0 может быть точкой локального максимума $f(x)$; 3) $f(x)$ может не иметь экстремума в точке x_0.
-1)	Найдется точка $c\in(0,1)$, в которой касательная к графику функции $f(x)=\sqrt[4]{x}$ параллельна прямой, проходящей через точки 1) $A(0,0)$ и $B(1,1)$; 2) $A(1,2)$ и $B(1,1)$; 3) $A(0,2)$ и $B(1,1)$.
-1)	Производная функции $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ имеет 1) три нуля на отрезке $[1,4]$; 2) два нуля на отрезке $[1,4]$; 3) не имеет нулей на $[1,4]$.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}$ 1) 1; 2) 0; 3) $\frac{1}{2}$.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 1}\frac{5^x-5}{x-1}$ 1) $5\ln 5$; 2) $\ln 5$; 3) 5.
-2)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}-1}{x}$ 1) 0; 2) 1; 3) e.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ 1) 1; 2) ∞; 3) 0.

-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2^x-x^2}{x-2}$ 1) $4(\ln 2-1)$; 2) 0; 3) 1.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x+\frac{1}{6}x^3}{\ln(1+x^5)}$ 1) $\dfrac{1}{5}$; 2) $\dfrac{1}{30}$; 3) $\dfrac{1}{120}$.
-1)	Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-1}{x}$ 1) $\ln 5$; 2) 0; 3) 1.
-2)	Повторные пределы функции $f(x,y)=\dfrac{2x-y}{x+2y}$ в точке $O(0,0)$ равны 1) 1 и -1; 2) 2 и $-0{,}5$; 3) 2 и 2.
-3)	Двойной предел функции $f(x,y)=\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен 1; 2) не существует; 3) 0; 4) равен ∞.
-1)	Если $f(x,y)=x^2\sin\dfrac{1}{y}$ при $y\neq 0$ и $f(x,0)=0$ (x - любое), то функция $f(x,y)$ в точке $O(0,0)$ 1) непрерывна; 2) непрерывна по переменной x и разрывна по y; 3) разрывна.
-3)	Двойной предел функции $f(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен нулю; 2) равен $\dfrac{1}{2}$; 3) не существует.
-1)	Если $f(x,y)=\dfrac{x+y}{2x+3y}$ при $2x+3y\neq 0$ и $f(x,y)=0$ при $2x+3y=0$, то функция $f(x,y)$ в точке $O(0,0)$ 1) имеет частные производные, но разрывна; 2) имеет частные производные и непрерывна; 3) дифференцируема.
-3)	Если $u=f(x,y)$ имеет конечные частные производные u'_x и u'_y в точке $M(x_0,y_0)$, то в этой точке обязательно 1) $f(x,y)$ непрерывна; 2) дифференцируема; 3) непрерывна по каждому аргументу.
-1)	Пусть функция $f(u,v)$ дифференцируема. Найти частные производные функции $W=f(2x-3y,xy^2)$ в точке $M(1;0)$. 1) $W'_x=2f'_u(2,0), W'_y=-3f'_u(2,0)$;

	2) $W'_x = 2f'_u(0,-1), \quad W'_y f'_v(0,-1)$; 3) $W'_x = 2f'_u(2,0) + f'_v(2,0), \quad W'_y = 2f'_u(2,0) - 3f'_v(2,0)$.
-3)	Найти смешанную частную производную второго порядка функции $u = 3^{xy}$ в точке $O(0,0)$. 1) 0; 2) 1; 3) $\ln 3$.
-2)	Найти $u'_x(0,0)$, если $u = e^{xy} \sin x$. 1) 0; 2) 1; 3) -1.
-1)	Найти $du(0,0)$, если $u = x\cos y - 2^{xy}$ 1) dx; 2) $dx - 2dy$; 3) $-dx + 2dy$.
-1)	Найти градиент функции $u = x^2 y^3$ в точке $M(2,1)$. 1) $4\vec{i} + 12\vec{j}$; 2) $2\vec{i} - 3\vec{j}$; 3) $6\vec{i} - 5\vec{j}$.
-1)	Найти u'_x и u'_y в точке $M(e;0)$, если $u = x^y$. 1) 0 и e; 2) 0 и 1; 3) 0 и 0.
-2)	Найти $du(0,0)$, если $u = \ln(1 + x^2 + y)$. 1) $dx + dy$; 2) dy; 3) $2dx + dy$.
-3)	Найти u'''_{xyz}, если $u = x^2 + xy + xy^2 z^3$ 1) $3y^2 z^2$; 2) $6xyz^2$; 3) $6yz^2$.
-1)	Найти $\int x(x-1)^{10} dx$. 1) $\frac{1}{12}(x-1)^{12} + \frac{1}{11}(x-1)^{11} + C$; 2) $x^2(x-1)^{11} + C$; 3) $\frac{1}{22}x^2(x-1)^{11} + C$.
-2)	Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$.
-3)	Найти $\int x^2 \cos x^3 dx$. 1) $\frac{1}{3}x^3 \sin x^3 + C$; 2) $\frac{1}{3}x^3 \cos x^3 dx$; 3) $\frac{1}{3}\sin x^3 + C$.

-3)	Интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{1-2x}}{x\sqrt{1-2x}+3}dx$ приводится к интегралу от некоторой рациональной функции с помощью замены 1) $t=\sqrt[3]{1-2x}$; 2) $t=\sqrt{1-2x}$; 3) $t=\sqrt[6]{1-2x}$.
-2)	Найти $\int \frac{1}{x\ln x}dx$. 1) $ln^2 x+C$; 2) $ln\lvert ln\, x\rvert+C$; 3) $ln\lvert x\, ln\, x\rvert+C$.
-1)	Найти $\int \frac{1}{x^2-x}dx$. 1) $ln\left\lvert\frac{x-1}{x}\right\rvert+C$; 2) $ln\lvert x^2-x\rvert+C$; 3) $ln^2\left(x^2-x\right)+C$.
-3)	Интеграл $\int \frac{sin\,2x-cos\,2x}{3\,sin\,2x+2\,cos\,2x}dx$ нельзя привести к интегралу от некоторой рациональной функции с помощью подстановки 1) $t=tg\,2x$; 2) $t=tgx$; 3) $t=cos\,2x$.
-2)	На каком из указанных промежутков справедливо равенство $\int \frac{dx}{cos^2 x}=tgx+C$? 1) $[0,\pi]$; 2) $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$; 3) $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$.
-2)	Вычислить $\int_{-1}^{3}\lvert x^2-2x\rvert dx$. 1) 2; 2) 4; 3) 5.
-1)	Вычислить $\int_{0}^{1} xe^x dx$. 1) 1; 2) e; 3) 2.
-2)	Вычислить $\int_{0}^{1}\frac{x}{\sqrt{4+5x}}dx$. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{14}{75}$; 3) $\frac{11}{25}$.
-3)	Вычислить $\int_{0}^{2\pi} sin^3\, 8xdx$. 1) 1; 2) 2π; 3) 0.
-1)	Вычислить $\int_{0}^{\pi} sin^3\, x\, cos\, xdx$. 1) 0; 2) π; 3) 1.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=2x^2+1$ и

	$y = x + 1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-2)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ и прямой $x = 2$. 1) $3 - \ln 2$; 2) $\frac{7}{3} - \ln 2$; 3) $\frac{1}{3} - \ln 2$.
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π; 3) $\frac{\pi}{30}$.
-2)	Вычислить $\int_0^2 \left\| x^2 - x \right\| dx$. 1) 2; 2) 1; 3) $0{,}5$.
-3)	Вычислить $\int_1^e x \ln x dx$. 1) $\frac{e^2}{4} - 1$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^2 + 1\right)$; 3) $\frac{1}{4}\left(e^2 + 1\right)$.
-2)	Вычислить $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4 + 5x}} dx$. 1) 1; 2) 2; 3) 3.
-3)	С помощью графика вычислить $\int_0^\pi \cos^3 x dx$. 1) π; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) 0.
-1)	Вычислить $\int_0^\pi \sqrt{\sin x} \cos x dx$. 1) 0; 2) π; 3) 1.
-2)	Вычислить $\int_0^{5\pi} \left\| \sin x \right\| dx$. 1) 5π; 2) 10; 3) 10π.
-2)	Вычислить $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos x dx$. 1) 2π; 2) 0; 3) 1.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{6}$.
-1)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской

	фигуры ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = 0$ и прямые $x = -1,\quad x = 1$. 1) $\frac{2\pi}{5}$; 2) $\frac{\pi}{5}$; 3) $\frac{3\pi}{5}$.
-1)	Найти $\int \sqrt[3]{1-5x}dx$. 1) $-\frac{3}{20}\sqrt[3]{(1+5x)^4}+C$; 2) $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(1-5x)^4}+C$; 3) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{1-5x}+C$.
-2)	Вычислить $\int_2^3 \frac{1}{x^2-x}dx$. 1) 1; 2) $\ln\frac{4}{3}$; 3) $\ln\frac{3}{4}$.
-3)	Вычислить $\int_0^1 3^x dx$. 1) 3; 2) 1; 3) $\frac{3}{\ln 3}$.
-2)	Вычислить площадь, ограниченную одной аркой синусоиды и осью абсцисс. 1) 1; 2) 2; 3) π.
-1)	Вычислить $\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x}dx$. 1) π; 2) 1; 3) $\frac{\pi}{2}$.
-2)	Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4}dx$. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) расходится.
-1)	Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[5]{x}}dx$. 1) $\frac{5}{4}$; 2) расходится; 3) $\frac{4}{5}$.
-2)	Вычислить $\int_{-2}^{2} sign(\sin 5x)dx$. 1) не существует; 2) 0; 3) 4.
-1)	Найти $\int x(x-1)^{10}dx$.

	1) $\frac{1}{12}(x-1)^{12}+\frac{1}{11}(x-1)^{11}+C$; 2) $x^2(x-1)^{11}+C$; 3) $\frac{1}{22}x^2(x-1)^{11}+C$.
-2)	Найти $\int x\ln x dx$. 1) $x^2\ln x+C$; 2) $\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2+C$; 3) $2x^2\ln x-x^2+C$.
-3)	Найти $\int x^2\cos x^3 dx$. 1) $\frac{1}{3}x^3\sin x^3+C$; 2) $\frac{1}{3}x^3\cos x^3 dx$; 3) $\frac{1}{3}\sin x^3+C$.
-3)	Интеграл $\int\frac{\sqrt[3]{1-2x}}{x\sqrt{1-2x}+3}dx$ приводится к интегралу от некоторой рациональной функции с помощью замены 1) $t=\sqrt[3]{1-2x}$; 2) $t=\sqrt{1-2x}$; 3) $t=\sqrt[6]{1-2x}$.
-2)	Найти $\int\frac{1}{x\ln x}dx$. 1) $\ln^2 x+C$; 2) $\ln\lvert\ln x\rvert+C$; 3) $\ln\lvert x\ln x\rvert+C$.
-1)	Найти $\int\frac{1}{x^2-x}dx$. 1) $\ln\left\lvert\frac{x-1}{x}\right\rvert+C$; 2) $\ln\lvert x^2-x\rvert+C$; 3) $\ln^2(x^2-x)+C$.
-3)	Интеграл $\int\frac{\sin 2x-\cos 2x}{3\sin 2x+2\cos 2x}dx$ нельзя привести к интегралу от некоторой рациональной функции с помощью подстановки 1) $t=tg 2x$; 2) $t=tgx$; 3) $t=\cos 2x$.
-2)	На каком из указанных промежутков справедливо равенство $\int\frac{dx}{\cos^2 x}=tgx+C$? 1) $[0,\pi]$; 2) $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$; 3) $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

-2)	Вычислить $\int_{-1}^{3}\left\|x^2-2x\right\|dx$. 1) 2; 2) 4; 3) 5.
-1)	Вычислить $\int_{0}^{1} xe^x dx$. 1) 1; 2) e; 3) 2.
-2)	Вычислить $\int_{0}^{1}\frac{x}{\sqrt{4+5x}}dx$. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{14}{75}$; 3) $\frac{11}{25}$.
-3)	Вычислить $\int_{0}^{2\pi}\sin^3 8xdx$. 1) 1; 2) 2π; 3) 0.
-1)	Вычислить $\int_{0}^{\pi}\sin^3 x\cos xdx$. 1) 0; 2) π; 3) 1.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=2x^2+1$ и $y=x+1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-2)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2$, $y=\frac{1}{x}$ и прямой $x=2$. 1) $3-\ln 2$; 2) $\frac{7}{3}-\ln 2$; 3) $\frac{1}{3}-\ln 2$.
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y=x-x^2$ и $y=0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π; 3) $\frac{\pi}{30}$.
-2)	Вычислить $\int_{0}^{2}\left\|x^2-x\right\|dx$. 1) 2; 2) 1; 3) $0{,}5$.
-3)	Вычислить $\int_{1}^{e} x\ln xdx$. 1) $\frac{e^2}{4}-1$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^2+1\right)$; 3) $\frac{1}{4}\left(e^2+1\right)$.
-2)	Вычислить $\int_{0}^{1}\frac{1}{\sqrt{4+5x}}dx$. 1) 1; 2) 2; 3) 3.

-3)	С помощью графика вычислить $\int\limits_0^{\pi} cos^3 xdx$. 1) π; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) 0.
-1)	Вычислить $\int\limits_0^{\pi} \sqrt{sin\,x}\,cos\,xdx$. 1) 0; 2) π; 3) 1.
-2)	Вычислить $\int\limits_0^{5\pi} \lvert sin\,x\rvert dx$. 1) 5π; 2) 10; 3) 10π.
-2)	Вычислить $\int\limits_{-\pi}^{\pi} x\,cos\,xdx$. 1) 2π; 2) 0; 3) 1.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{6}$.
-1)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = 0$ и прямые $x = -1,\quad x = 1$. 1) $\frac{2\pi}{5}$; 2) $\frac{\pi}{5}$; 3) $\frac{3\pi}{5}$.
-1)	Найти $\int \sqrt[3]{1-5x}dx$. 1) $-\frac{3}{20}\sqrt[3]{(1+5x)^4} + C$; 2) $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(1-5x)^4} + C$; 3) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{1-5x} + C$.
-2)	Вычислить $\int\limits_2^3 \frac{1}{x^2 - x}dx$. 1) 1; 2) $ln\frac{4}{3}$; 3) $ln\frac{3}{4}$.
-3)	Вычислить $\int\limits_0^1 3^x dx$. 1) 3; 2) 1; 3) $\frac{3}{ln\,3}$.
-2)	Вычислить площадь, ограниченную одной аркой синусоиды и осью абсцисс. 1) 1; 2) 2; 3) π.

-1)	Вычислить $\int\limits_0^{\pi} \frac{sin^2 x}{1-cos\, x} dx$. 1) π; 2) 1; 3) $\frac{\pi}{2}$.
-2)	Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) расходится.
-1)	Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_0^{1} \frac{1}{\sqrt[5]{x}} dx$. 1) $\frac{5}{4}$; 2) расходится; 3) $\frac{4}{5}$.
-2)	Вычислить $\int\limits_{-2}^{2} sign(sin\, 5x) dx$. 1) не существует; 2) 0; 3) 4.
-3)	Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-1)	Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ равна 1) 1. 2) 2,5. 3) ряд расходится. 4) 0,5.
-3)	Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(1+(-1)^n\right)$ равна 1) 0. 2) 2. 3) ряд расходится. 4) 1.
-2)	Пусть $a_n = \frac{ln\, n}{n}$, $b_n = \frac{1}{n\, ln\, n}$, $c_n = \frac{1}{n\, ln^2 n}$. Тогда: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, $\sum\limits_{n=2}^{\infty} b_n$ и $\sum\limits_{n=2}^{\infty} c_n$ сходятся. 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum\limits_{n=2}^{\infty} b_n$ расходятся, $\sum\limits_{n=2}^{\infty} c_n$ сходятся. 3) все три ряда сходятся. 4) все три ряда расходятся.
-3)	Пусть $a_n = (-1)^n \frac{1}{sin\, n}$, $b_n = (-1)^n \frac{1}{ln\, n}$, $c_n = (-1)^n\, sin \frac{1}{n}$. Тогда: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum\limits_{n=2}^{\infty} b_n$ сходятся, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ расходится. 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ сходятся, $\sum\limits_{n=2}^{\infty} b_n$ расходится.

	3) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ сходятся. 4) все три ряда сходятся.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p > 0$. 2) при всех $p > 1$. 3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$. 4) при $p = 0$.
-1)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \ln^p \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ сходится 1) при всех $p > \frac{1}{2}$. 2) при $p = \frac{1}{2}$. 3) при всех $p < 0$. 4) при $p = 0$.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n 2}{a^n}$ 1) сходится при всех $a > \frac{2}{3}$. 2) сходится при $a = \frac{3}{4}$ и расходится при $a = \frac{2}{3}$. 3) расходится при $a = 1$. 4) сходится только при $a > 1$.
-2)	Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \ln^p \frac{n+1}{n-1}$ 1) абсолютно сходится при $p = 1$. 2) условно сходится при $p = 1$. 3) условно сходится при всех $p > 1$. 4) не сходится абсолютно при $p = 2$.
-3)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin pn$ 1) сходится только при $p = \pi k$ и целых k. 2) расходится при всех $p \neq \pi k$ для целых k. 3) сходится при $p = 1$. 4) расходится при $p = \sqrt{2}$.
-2)	Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^p n} \cos \frac{1}{n}$ 1) сходится при $p = 0$. 2) сходится при всех $p > 0$. 3) абсолютно сходится при $p = 1$. 4) расходится при $p = 1$.

-2)	Произведение $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^p - 1}{n^p}$ 1) сходится при $p = 1$. 2) сходится при всех $p > 1$. 3) сходится при $p = 0$. 4) расходится при $p = 2$.
-1)	Произведение $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} x^n\right)$ 1) сходится при $x = -1$. 2) сходится при $x = 1$. 3) расходится при всех $x > 0$. 4) расходится лишь при $x > 1$.
-2)	Дифференциал второго порядка функции $f(x, y) = x^2 \sin(2y)$ в точке $M(1; \pi)$ равен 1) $dx^2 + 2dy^2$; 2) $8dxdy$; 3) $4dxdy$.
-3)	Если $u = f(x, y)$ дважды дифференцируема в окрестности точки $M(x_0, y_0)$, причем $du(M) = 0$, $d^2u(M) = -2dxdy$, то обязательно $f(x, y)$ в точке M 1) имеет локальный минимум; 2) имеет локальный максимум; 3) не имеет локального экстремума.
-2)	Найти частную производную z'_y неявной функции $z = z(x, y)$, определяемой уравнением $xz - z^2 + y^3 = 0$. 1) $\frac{y^3}{x - z}$; 2) $\frac{3y^2}{2z - x}$; 3) $\frac{3y^2}{z - x}$.
-1)	Найти частные производные u'_x и v'_x неявных функций $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$, определяемых системой уравнений $\begin{cases} u + v = 2x - 3y, \\ u - v = xy. \end{cases}$ 1) $u'_x = 1 + \frac{1}{2} y, \quad v'_x = 1 - \frac{1}{2} y$; 2) $u'_x = \frac{1}{2} x - \frac{3}{2} y, \quad v'_x = y + x$; 3) $u'_x = 2 - y, \quad v'_x = y$.
-2)	Найти $d^2u(0,0)$, если $u = xy + y \sin x$ 1) $-dx^2 + dxdy$; 2) $2dxdy$; 3) $dx^2 + 3dy^2$.
-1)	Найти градиент функции $u = x^2 y^3$ в точке $M(2,1)$. 1) $4\vec{i} + 12\vec{j}$; 2) $2\vec{i} - 3\vec{j}$; 3) $6\vec{i} - 5\vec{j}$.
-2)	Найти d^2u в точке $M(1,1)$, если $u = xy + yz + zx$. 1) $dx^2 + dy^2 + dz^2$; 2) $2dxdy + 2dydz + 2dzdx$; 3) 0.
-3)	Найти частную производную z''_{xy} неявной функции $z = z(x, y)$, определяемой уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 0$.

	1) $-\dfrac{xy}{z^2}$; 2) $\dfrac{xy}{z^3}$; 3) $-\dfrac{xy}{z^3}$.

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
11. Некоторые сведения о разложении полиномов на неприводимые множители и рациональных функций на простейшие дроби.
12. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.
13. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования некоторых трансцендентных функций.
14. Непосредственное вычисление бесконечных сумм и произведений.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.
Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 10 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (зачет, экзамен) - 100 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа.Т. 1, 2.М.: Высшая школа, 2001.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа.Т. 1, 2. М.: Наука, 2003.
3. Демидович К.Д. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.:Наука, 1990.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 –3. ИД: Лань, 2009.

б) дополнительная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 2009.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Наука, 2007.
3. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Наука, 2005.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1986.
5. Камынин Л.И. Курс математического анализа.Т. 1, 2. М.: Изд. МГУ, 1995.
6. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., 1999.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал http://edu.ru:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ http://elib.dgu.ru:
http://edu.icc.dgu.ru:

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

На лабораторных занятиях каждый студент получает задание для самостоятельного выполнения, как правило, перечень задач и упражнений по данной теме. После выполнения лабораторной работы рекомендуется организовать защиту этой лабораторной работы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.