МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

# МЕТОДЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

**Кафедра:** *дифференциальных уравнений и функционального анализа*
**Факультете:** *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
*13.03.02 Электроэнергетика и электротехника*

Профиль подготовки
*«Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии»*

Уровень высшего образования
*бакалавриат*

Форма обучения
*очная*

Статус дисциплины: *вариативная часть по выбору*

**Махачкала, 2017**

Рабочая программа по дисциплине:

**"Методы функционального анализа "**
составлена в 2017 году в соответствии с ФГОС ВО по направлению: 13.03.02 электроэнергетика и электротехника ( бакалавриат). Приказ Минобрнауки России № 937 от 7.08.2014 г.

**Разработчик:** Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н, доцент кафедры дифференциальн х уравнений и функционального анализа

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры: дифференциальних уравнений и функционального анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6
Заведующий кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель ____________

Рабочая программа согласована с учебно-мнтодическим управлением 30 03.2017 г. ____________

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Методы функционального анализа» входит в вариативную по выбору часть образовательной программы бакалавриата по направлению **03.03.02 Физика.**

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общепрофессиональных компетенций (ОПК): ОПК-2, ОПК-3.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме зачета*.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

<table>
<tr><th rowspan="5">Семестр</th><th colspan="7">Учебные занятия</th><th rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен</th></tr>
<tr><th rowspan="4">Всего</th><th colspan="6">в том числе</th></tr>
<tr><th colspan="5">Контактная работа обучающихся с преподавателем</th><th rowspan="3">СРС, в том числе экзамен</th></tr>
<tr><th colspan="5">из них</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабораторные занятия</th><th>Практические занятия</th><th>КСР</th><th>консультации</th></tr>
<tr><td>5</td><td>72</td><td>36</td><td></td><td>18</td><td></td><td></td><td>18</td><td>Зачет</td></tr>
</table>

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *Методы функционального анализа* являются:

– овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);

– овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);

– овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и физики;

– дальнейшее повышение математической культуры студентов.

## 2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *Методы функциональный анализ* входит в вариативную часть по выбору образовательной программы по направлению ***03.03.02 Физика***.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации, квантовая механика.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен знать:

1) линейную алгебру;

2) основы математического анализа;

3) Методы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;

4) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.

| **Компетенции** | **Формулировка компетенции из ФГОС ВО** | **Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)** |
| --- | --- | --- |
| ОПК-2 | Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые | Знать: место функционального анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей | внутри математики и возможностей функционального аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений<br>Уметь: формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа<br>Владеть: основными методами функционального анализа |
| ОПК-3 | Способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач | Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа<br>Уметь: видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики<br>Владеть: методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики |

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 2, академических часов 72.

4.2. Структура дисциплины.

| **Названия разделов и тем дисциплины** | **Семестр** | **Неделя семестра** | **Аудиторные занятия, в том числе** | | | | **Самостоят. работа** | **Формы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)*** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **лекции** | **практ. занятия** | **лабор. работы** | **Контр.сам. раб.** | | |
| **Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства** | | | | | | | | |
| ***Всего по модулю 1*** | ***3*** | | ***18*** | ***8*** | | | ***10*** | Контрольная работа, коллоквиум |
| 1. Метрические пространства | | | 6 | 2 | | | 4 | |
| 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства | | | 8 | 4 | | | 4 | |
| 3. Принцип сжатых | | | 4 | 2 | | | 2 | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| отображений | | | | | | | | |
| **Модуль 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы** | | | | | | | | |
| ***Всего по модулю 2*** | ***3*** | | ***18*** | ***10*** | | | ***8*** | Контрольная работа, коллоквиум |
| 1. Линейные ограниченные операторы | | | 8 | 4 | | | 2 | |
| 2. Теорема Хана-Банаха | | | 4 | 2 | | | 2 | |
| 3. Теоремы о равномерном ограниченности и открытом отображении. | | | 6 | 4 | | | 4 | |
| **ИТОГО** | **72** | | **36** | **18** | | | **18** | **зачет** |

*ЛЕКЦИИ*

## Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

### Тема 1: «Метрические пространства»

*Лекция № 1:*

1) Метрические пространства.
2) Примеры метрических пространств.

*Лекция № 2:*

1) Сходимость в метрическом пространстве.
2) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.

*Лекция № 3:*

1) Теорема о пополнении метрических пространствах.
2) Теорема о вложенных шарах.

### Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

*Лекция № 4:*

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
2) Линейно нормированные.

*Лекция № 5:*

1) Банаховы пространства.
2) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.

*Лекция № 6:*

1) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
2) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
3) Неравенство Коши-Буняковского.

*Лекция № 7:*

1) Ортогональность.
2) Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства.

### Тема 3: «Принцип сжатых отображений»

*Лекция №8:*

1) Неподвижные точки отображений.
2) Сжимающие отображения.
3) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

*Лекция №9:*

1) Приложение теоремы Банаха о сжимающем отображении к системам уравнений.
2) Приложение теоремы Банаха о сжимающем отображении к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

## Модуль 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

*Лекция № 10:*

1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
2) Примеры ограниченных линейных операторов.

*Лекция № 11:*

1) Интегральные операторы Фредгольма
2) Интегральные операторы Вольтерра

*Лекция № 12:*

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

*Лекция № 13:*

1) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
2) Самосопряженные операторы и их примеры.

Тема 2: «Теорема Хана-Банаха»

*Лекция № 14:*

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах
2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

*Лекция № 15:*

1) Сопряженное пространство.
2) Сопряженные пространства к конкретным банаховым пространствам.

Тема 3: «Теоремы о равномерной ограниченности и открытом отображении»

*Лекция № 16:*

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Сильная и слабая сходимость операторов.
3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.

*Лекция № 17:*

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.

*Лекция № 18:*

1) Спектр ограниченного оператора.
2) Спектр самосопряженного оператора.

*ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ*

## Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

*Практическое занятие № 1:*

1) Метрические пространства.
2) Примеры метрических пространств.
3) Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
4) Непрерывные отображения между метрическими пространствами.
5) Примеры непрерывных отображений

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

*Практическое занятие № 2:*

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
2) Линейно нормированные.
3) Примеры ЛНП и банаховых пространств.

*Практическое занятие № 3:*

1) Примеры предгильбертовых и гильбертовых пространств.
2) Ортогональные системы.
3) Коэффициенты Фурье по ортогональной системе.
4) Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.

Тема 3: «Принцип сжатых отображений»

*Практическое занятие №4:*

1) Неподвижные точки отображений.
2) Сжимающие отображения.
3) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.
4) Приложения теоремы Банаха о неподвижной точке.

## Модуль 3. Линейные ограниченные операторы и функционалы

Тема 1: «<u>Ограниченные линейные операторы</u>»

*Практическое занятие № 5:*

1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.
3) Примеры ограниченных линейных операторов.

*Практическое занятие № 6:*

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «<u>Теорема Хана-Банаха</u>»

*Практическое занятие № 7:*

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах
2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «<u>Теоремы о равномерной ограниченности и открытом отображении</u>»

*Практическое занятие № 8:*

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.

3) Спектр ограниченного оператора.

*Практическое занятие № 9:*

1) Самосопряженные операторы.
2) Спектр самосопряженного оператора.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины Методы функционального анализа лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.


1) Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высшая школа, 1982.,

2) Федоров В.М. Курс функционального анализа. С.-П.,М., Краснодар: Лань, 2005.

3)Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.

4) Дерр В.Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

5) Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Методы теории функций и функционального анализа. 7-е изд., ФИЗМАТЛИТ, 2004.

6) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Основы теории меры. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.

7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса и его приложения. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2008.

8) Рагимханов Р.К., Насрулаев Ф.С. Основные понятия и факты теории множеств и линейных пространств, используемые в функциональном анализе. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2011.

9) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.

10) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Функциональный анализ. Часть I. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2013

## Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства $L_b(R^n, R^n)$.
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов $L(H)$, $H$ - гильбертово пространство сходящееся в $L_s(H)$, но не в $L_b(H)$.
3. Найти $A^*$ для $A \in L(R^n, A^n)$.
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве $C_{[a,b]}$.
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.
7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода
8. $X(t) = \lambda \int_a^t k(t,s)x(s)ds = y(t)$,

где $K(t,s)$ и $y(t)$ непрерывные функции при $a \le s \le t \le b$.
Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.

9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве Методы $x$ и $y$ ортогональны тогда и только тогда, когда $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x+y\|^2$

10. Пусть $E$ - вещественное ЛНП и для любых $x, y \in E$ выполняется равенство параллелограмма:

$\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\left(\|x\|^2 + \|y\|^2\right)$.
Доказать, что формула

$$(x,y) = \frac{1}{4}\left\{\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2\right\}$$

задает в $E$ скалярное произведение, согласующееся с нормой в $E$, т.е. такое, что $(x,x) = \|x\|^2$.

11. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.

| **Разделы и темы для самостоятельного изучения** | **Виды и содержание самостоятельной работы** |
|---|---|
| **Раздел 2 Линейно нормированные и гильбертовы пространства** | |
| 1. Метрические пространства | Доклад на тему: Метризационные теоремы. |

| | |
|---|---|
| 2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства | Доклад на тему: Операторы Гильберта-Шмидта. |
| 3. Принцип сжатых отображений | Доклад на тему:<br>Приложения теоремы Банаха о сжимающем отображении |
| **Раздел 2. Линейные ограниченные операторы и функционалы** | |
| 1. Линейные ограниченные операторы | Решение задач и упражнений. |
| 2. Теорема Хана-Банаха | Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха. |
| 3. Теоремы о равномерном ограниченности и открытом отображении. | Реферат на тему: Приложения теоремы об обратном операторе |

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

| Компетенция | Знания, умения, навыки | Процедура оценивания |
|---|---|---|
| ОПК-2 | Знать: место функционального анализа внутри математики и возможностей функионально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений<br>Уметь: формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа<br>Владеть: основными методами функционального анализа | Коллоквиум, контрольная работа, экзамен |
| ОПК-3 | Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа<br>Уметь: видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики<br>Владеть: методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики | Коллоквиум, контрольная работа, экзамен |

### 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей»

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
| Пороговый | Знать: место функционального анализа внутри математики и возможностей функионально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений<br>Уметь: формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа<br>Владеть: основными методами функционального анализа | Допускает неточности в определениях и формулировках основных теорем функционального анализа. Решает несложные задачи на установление того, что данная функция является метрикой, нормой или скалярным произведением | Демонстрирует знание определений фундаментальных понятий, формулирует основные теоремы функционального анализа. Может решить типичные задачи на определении полноты и сепарабельности метрических пространств, может устанавливать ограниченность простых линейных операторов | Показывает знание строгих определений фундаментальных понятий и формулировок основных теорем функционального анализа. Может решить задачи разного уровня сложности установлению основных свойств линейно нормированных пространств и линейных операторов, действующих в них |

ОПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач»

| Уровень | Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать) | Оценочная шкала | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Пороговый | Знать: основные понятия и теоремы функционального анализа<br>Уметь: видеть связь идей и методов функционального анализа с другими разделами математики и физики<br>Владеть: методами функционального анализа и их применением для решения типовых задач математики и физики | Допускает неточности в определении классических функциональных пространств и их свойств. С неточностями моожет ставить функционально аналитические постановки задач из теории дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.<br>С недочетами владеет стандартными методами анализа линейных и нелинейных операторов. | Демонстрирует знание классических функциональных пространств и умеет корректно ставить функционально аналитические формулировки задач из теории дифференциальны х уравнений и уравнений в частных производных.<br>Знает общую схему функционально анализа таких задач. | Показывает четкое знание классических функциональ ных пространств; умеет корректно и полно ставить краевые задачи для дифференциа льных уравнений и уравнений в частных производных на языке функциональ ного анализа.<br>Знает приемы и методы анализа таких задач. |

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

## 7.3. Типовые контрольные задания

### *7.3.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму*

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$, их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тождество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.

15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.

### *7.3.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля*

Какие из следующих утверждений справедливы для операции $\Delta$ симметрической разности

a. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \cup (C \cup B)$

b. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$

c. $A\Delta B \supset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$

d. $A\Delta B \subset (A \cap C) \not\subset (C \cup B)$

2. Пусть $A, B \in 2^X$ и $(A_n)_{n=1}^{\infty} \subset 2^X$ - данная последовательность, $\chi_E$ – характеристическая функция множества $E \subset X$ . Верно ли следующее предложение?

a. $(A = \lim\limits_{n\to\infty} A_n) \Leftrightarrow (\chi_A\ (x) = \lim\limits_{n\to\infty} \chi_{A_n}(x))$

b. $\chi_{A\Delta B}(x) \neq |\chi_A(x) - \chi_B(x)|$

c. $\chi_{\underline{\lim} A_n}(x) \neq \lim\limits_{n\to\infty} \inf\ \chi_{A_n}(x)$

d. $\chi_{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} A_n}(x) \neq \lim\limits_{n\to\infty} \sup \chi_{A_n}(x)$

3. Пусть $f : X \to Y$ произвольное отображение и $A_t \in 2^X$, $B_t \in Y$ где $t \in T$ и $T$ - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относятся к образам и прообразам множеств?

a. $f(\bigcup\limits_t A_t) = \bigcup\limits_t f(A_t)$

b. $f(\bigcap\limits_t A_t) = \bigcup\limits_t f(A_t)$

c. $f(A_1) \setminus f(A_2) \not\subset f(A_1 \setminus A_2)$

d. $f^{-1}(\bigcup\limits_t B_t) \neq \bigcup\limits_t f^{-1}(B_t)$

4. Пусть $f : X \to Y$ произвольное отображение $X$ в $Y$,
$g, h : Y \to X$ - данные отображения, а $f(x) = y, (*)$ - данное уравнение. Какое из следующих уравнений верное?

a. Если уравнение (*) имеет решение и $g_0 f = I_X$, то это решение единственно;

b. Если $g_0 f = I_Y$, то уравнение (*) имеет, по крайней мере одно решение

c. Если $f$ имеет обратное отображение, то уравнение (*) имеет решение, но не единственное.

d. $f(X) \in Y$

5. Пусть $X$ - множество прямых $l$ плоскости и пусть $l_1 \equiv l_2 (\mathrm{mod}\, R_a)$ означает, что $l_1 \parallel l_2$, $l_1 \equiv l_2 (\mathrm{mod}\, R_b)$, означает, что $l_1 \perp l_2$.
Какие из следующих высказываний верны?
a. $X \mid R_a$ - можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящий через фиксированную точку плоскости
b. $R_a$ - отношение эквивалентности в $X$
c. $R_b$ - не является отношением эквивалентности в $X$
d. $R_a$ и $R_b$ - отношение эквивалентности в $X$
6.Пусть $X$ - произвольное множество, $R$ - отношение эквивалентности в $X$
Найдите из следующих предложений верное:
a. Всякое разбиение $X$ соответствует некоторому отношению эквивалентности $R$ в $X$.
b. Методы $X \mid R$ образует разбиение
c.Методы $X \mid R$ не образует разбиение
d. Не всякое разбиение $X$ определяет некоторое отношение эквивалентности $R$ в $X$.
7. Какое из следующих предложений верно?
a. $(N, \leq)$ (множество натуральных чисел с естественным порядком)
b. $(G, <)$ (множество всех окрестностей фиксированной точки $x \in R^n$, упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.
c.Пусть $x \in R^n$ произвольная точка и $\Lambda$ - множество интервалов $\mathrm{I}$, содержащий точку $x$ с отношением порядка $L$: «$I_1 < I_2$ означает $I_1 \supset I_2$» $(\Lambda, <)$ не является направленным множеством
d. Множество $N$ нельзя упорядочить
8. В метрическом пространстве $(E, \rho)$, где $\rho(x, y) = \begin{cases} o\, при\, x = y \\ 1\, при\, x \neq y \end{cases}$, какое из следующих предложений верно?
a. Любое подмножество в $E$ одновременно и открыто и замкнуто
b. Одноточечное множество не открыто.
c. Все множества открыты
d. одноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?
a. $\forall p \in [1, +\infty]: (K^n, \rho_\rho)$ - метрическое пространство
b. $\forall p \in [1, +\infty]:$ сходимость в $(K^n, \rho_\rho)$ - эквивалентна равномерной по координатной сходимости.
c. $p \neq 2$

d. $p=\pi$

10.Какому условию должна удовлетворяться определенная на $R$ непрерывная функция $u = f(u)$, чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства $\rho(x, y) = | f(x) - f(y) |$?

a. $f -$ монотонная и $f(R) = R$

b. $f = const$

c $f -$ непрерывна на $R$

d. $f -$разрывна

11.Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R,$ где $n \in N, K = R$ или $C$ и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p ]^{\frac{1}{p}} \textit{если} \quad p \in [1, +\infty), \\ \sup |x_k - y_k|_{k \in N}, \textit{если} \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1, +\infty) : \left(K^n, \rho_p\right)$ метрическое пространство

b. $\forall p \in [1, +\infty)$ метрическое пространство

c. $p \neq 2$

d. $p=\pi$

12. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R,$ где $n \in N, K = R$ или $C$ и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p ]^{\frac{1}{p}} \textit{если} \quad p \in [1, +\infty), \\ \sup |x_k - y_k|_{k \in N}, \textit{если} \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1, +\infty)$ сходимость в $\left(K^n, \rho_p\right)$ эквивалентна равномерной по координатной сходимости

b.Любое ограниченное множество в $\left(K^n, \rho_p\right)$вполне ограниченно, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.

c. $p \neq 2$

d. $p=\pi$

13. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y)=\begin{cases}[\sum\limits_{n=1}^{n}|x_k-y_k|^p]^{\frac{1}{p}} \text{ если } \quad p\in[1,+\infty),\\ \sup\limits_{k\in N}|x_k-y_k|, \text{если} \quad p=\infty.\end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p\in[1,+\infty)$: $(l_p,\rho_p)$ метрическое пространство

b. Из сходимости в $(l_p,\rho_p)$ при $p\in[1,+\infty)$ следует покоординатная сходимость

c. $(l_3,\rho_3)$ не метрическое пространство

d. $(l_1,\rho_1)$ не метрическое пространство

14. Пусть $p\in[1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p\times l_p\to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y)=\begin{cases}[\sum\limits_{n=1}^{n}|x_k-y_k|^p]^{\frac{1}{p}} \text{ если } \quad p\in[1,+\infty),\\ \sup\limits_{k\in N}|x_k-y_k|, \text{если} \quad p=\infty.\end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p\in[1,+\infty)$: $(l_p,\rho_p)$ метрическое пространство

b. Сходимость в $(l_\infty,\rho_\infty)$ совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при $p\in[1,+\infty)$ следует покоординатная сходимостью

c. $(l_3,\rho_3)$ не метрическое пространство

d. $(l_1,\rho_1)$ не метрическое пространство

15. Пусть $p\in[1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p\times l_p\to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y)=\begin{cases}[\sum\limits_{n=1}^{n}|x_k-y_k|^p]^{\frac{1}{p}} \text{ если } \quad p\in[1,+\infty),\\ \sup\limits_{k\in N}|x_k-y_k|, \text{если} \quad p=\infty.\end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. $(l_p,\rho_p)$ полное метрическое пространство при $p\in[1,+\infty)$

b. $(l_\infty,\rho_\infty)$ не является сепарабельным метрическим пространством

c. $(l_\infty,\rho_\infty)$ является сепарабельным метрическим пространством

d. $(l_p,\rho_p)$ неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

a. Любое ограниченное множество в $(l_\infty, \rho_\infty)$ вполне ограничено

b. Пространства $(l_p, \rho_p)$ при $p \in [1,+\infty)$ некомпактны

c. Пространства $(l_p, \rho_p)$ при $p \in [1,+\infty)$ компактны

d. Любое ограниченное множество в $(l_p, \rho_p)$ при $p \in [1,+\infty)$ вполне ограниченно

17. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$, где

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p ]^{\frac{1}{p}} \, если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup\limits_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. $l_p \subset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1+\infty)$

b. $l_\infty \supset l_1$

c. $l_p \supset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1+\infty)$

d. $l_p \not\subset l_q$ и $l_q \not\subset l_p$ при $p < q$, $p, q \in [1+\infty)$

18. Пусть $s = \{ f \mid f : N \to R \}$ и фикция $\rho : s \times s \to R$ определена равенством

$$\rho(f,g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{| f(n) - g(n) |}{1 + | f(n) - g(n) |}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a. $(s, \rho)$-компактное пространство

b. Сходимость в $(s, \rho)$ равномерная покоординатная

c. $(s, \rho)$ - полное пространство

d. $(s, \rho)$- сепарабельное пространство

19. Пусть $s = \{ f \mid f : N \to R \}$ и фикция $\rho : s \times s \to R$ определена равенством

$$\rho(f,g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{| f(n) - g(n) |}{1 + | f(n) - g(n) |}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a.На $(s, \rho)$ можно задать норму так, что $\rho(x,y) = \| x - y \|$

b.Любое множество в $(s, \rho)$ предкомпактное

c. $(s, \rho)$- линейное метрическое пространство

d.Сходимость в $s$ по координатная

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

a. В любом метрическом пространстве замыкание шара $\overline{B(x,r)}$ лежит в замкнутом шаре $\overline{B}(x,r)$.

b. В любом метрическом пространством $E$ для любого $r>0$ выполняется неравенство $0 \le diamB(x,r) \le 2r.$

c. $diamB(x,r) \ge 3r$

d. $diamB(x,r)=0$.

### 7.3.1. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.
8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве $L_p(p \in (1,+\infty))$. Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве
11. Теорема об ограниченной обратимости оператора $\mathrm{I}+\mathrm{A}$.
12. Ортогональное разложение гильбертово пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора $B = A + \Delta,$ где $A, \Delta A \in L_b(E,F).$
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.
20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.

21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

*7.3.4.* ***Примерные вопросы к зачету по дисциплине***

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стилтьеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в $R^n$.
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (B)-пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов L(E,F) и его полнота.
21. Изоморфизм (B)-пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B)-пространствах.
23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала $f \in \left(C_{([a,b])}\right)^*$.
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$ и их свойства.
30. Сопряженное пространство $L_p^*(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
34. Всюду плотные множества в $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$, аппроксимация гладкими функциями.

35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в $L_1(R^n)$, формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$, теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций D(Rn) и обобщенный функций D´(Rn), Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство E´(Rn).
48. Свойства пространства E´(Rn), регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца J´(Rn) и преобразование Фурье в J´(Rn).
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.
54. Слабая* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в C(X).
61. Критерий компактности множества в пространствах lp и Lp(X) ($1\le p \le \infty$).
62. Слабо* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой* компактности множества
64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в (B)-пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

**7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

***Основная***


1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Методы теории функций и функционального анализа.* М.: Наука, 1981.
2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа.* М.: Высшая школа, 1982.
3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ.* М.: Наука, 1977.
4 А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Методы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5 Садовничий В.А. Теория операторов 5-ое издание 2004 г.
6 Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
7 Дерр В.Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.


***Дополнительная***


8 Иосида К. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1967.
9 Рудин У. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1975.
10 Федоров В.М. *Курс функционального анализа*. С.-П.,М.,Краснодар: Лань, 2005.
11 Хелемский А.Я. *Лекции по функциональному анализу*. М.: МЦИМО, 2004.
12 Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
13 Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н. и др. Действительный анализ в задачах ФИЗМАТЛИТ 2005 416 стр.


***Задачники***


1) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа.М.:Наука, 1988.
2) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.

3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.
4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» ,Наука, 2002
5) Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

| № | Название | Электронный адрес | Содержание |
|---|---|---|---|
| 1. | Math.ru | www.math.ru | Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика. |
| 2. | Exponenta.ru | www.exponenta.ru | **Студентам:**<br>- запустить установленный у Вас математический паке выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии;<br>**Преподавателям:**<br>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.<br>**Всем заинтересованным пользователям:**<br>**1.** – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.<br>**2.** – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы. |
| 3. | Математика | www.mathematics.ru | учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие. |
| 4. | Российское образование. | www.edu.ru | федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ. |
| 5. | Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ | http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru | |
| 6. | Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**) | www.mathnet.ru | Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции. |

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по элементам функционального анализа распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Специфика дисциплины «Методы функционального анализа» состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

**Методические рекомендации**

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Методы теории функций и функционального анализа.* М.: Наука, 1981.
2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа.* М.: Высшая школа, 1982.
3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ.* М.: Наука, 1977.
4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Методы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5 Садовничий В.А. Теория операторов 5-ое издание 2004 г.
6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
7 Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Дерр В. Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения». – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросами для самопроверки

Для подготовки к зачету: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.