

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Дополнительные главы уравнений в частных производных»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:
01.03.01 Математика

Профиль подготовки:
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
Очная

Статус дисциплины:
вариативная

Махачкала 2017

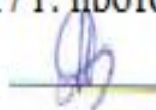
Рабочая программа дисциплины: **Доп гл. ур. в частных производных**
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по
направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень
бакалавриат)

Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: д.ф.-м.н. профессор кафедры
дифференциальных уравнений и функционального анализа
Сиражудинов Магомед Магомедалиевич

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель



Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением



Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика**. Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук, кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Дополнительные главы уравнений в частных производных представляет собой один из трудных и важных разделов математики, имеющий приложения к физическим задачам. Этот раздел является продолжением курса обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и сознательное его освоение не мыслимо без устойчивых и глубоких знаний по обыкновенным дифференциальным уравнениям и уравнениям в частных производных. Уравнения в частных производных применяются в гидродинамике, в теории упругости и т.д. Дисциплины «Уравнения в частных производных» и ее продолжение «Дополнительные главы уравнений в частных производных» нужно изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики. Курс «Дополнительные главы уравнений с частными производными» посвящен методам исследования вопросов корректности математических моделей естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными.

Теоретической основой таких методов является функциональный анализ, обобщенные функции и пространства Соболева.

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общепрофессиональных* – ОПК – 1, ОПК – 3; *профессиональных* – ПК – 1, ПК – 2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия и самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольной работы, коллоквиума и экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуто чной аттестации (зачет, дифференц ированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
7	180	36		36			108	Экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы уравнений в частных производных» являются:

- обеспечение более глубокого изучения студентами теории уравнений математической физики;
- теории обобщенных функций и слабых решений уравнений в частных производных;
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательств теорем и решения задач действительного анализа, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению *01.03.01 Математика*.

Знания по дисциплине «Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений с частными производными» для изучения вопросов корректности математических моделей естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знать: фундаментальные понятия уравнений в частных производных: постановки и решения краевых задач для уравнений в частных производных основанные на методах функционального анализа. Уметь: пользоваться аппаратом теории обобщенных функций, теории пространств Соболева, априорных оценок. Владеть применениями аппарата уравнений в частных производных в различных областях математической физики и функционального анализа.
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	Знать формулировки основных теорем по пространствам Соболева; по краевым задачам для эллиптических уравнений. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем уравнений в частных производных путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития дифференциальных уравнений в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-1	Обладать способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	Знать: определения производных в смысле Соболева, более общо, в смысле обобщенных функций; определение пространств Соболева; теоремы вложения; след функции; эллиптические уравнения; постановка краевых задач. Уметь: применять пространства Соболева к краевым задачам; применять лемму Лакса-Мильграма для доказательства разрешимости краевых задач; применять априорные оценки к изучению разрешимости краевых задач. Владеть: разными методами доказательств теорем существования решений краевых задач.

ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям уравнений в частных производных; приложения обобщенных производных и пространств Соболева в самой математике и естественных науках. Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию теорем по уравнениям в частных производных. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме начально-краевых и краевых задач для уравнений в частных производных.
------	---	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Обобщенные функции								
1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций	7		6	6			24	
Всего по модулю 1	36		6	6			24	
Модули 2. Производные в смысле Соболева								
1. Производные в смысле Соболева	7		4	4			10	
2. Неравенства Фридрикса и Пуанкаре	7		4	4			10	
Всего по модулю 2	36		8	8			20	Контрольная работа
Модуль 3. Пространства Соболева								
1. Усреднение функций	7		4	4			10	
2. Теоремы вложения. След функции	7		4	4			10	
Всего по модулю 3	36		8	8			20	
Модули 4. Лемма Лакса-Мильграма								
1. Лемма Лакса-Мильграма. Краевые задачи для обобщенного уравнения Бельтрами	7		14	14			8	
Всего по модулю 4	36		14	14			8	Контрольная работа, коллоквиум
Модуль 5. Промежуточная аттестация								
Экзамен							36	
ИТОГО за 7 семестр	180		36	36			108	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модули 1, 2.

Тема 1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Пространства основных и обобщенных функций. Понятия сходимости в этих пространствах. Носитель функции и обобщенной функции. Производные от обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Произведение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию. Производная функции Хевисайда. Производная функции $\operatorname{sgn} x$.

Тема 2. Производные в смысле Соболева. Формула Остроградского. Формула интегрирования по частям. Производная функции $|x|$. Функция имеющая смешанную производную второго порядка в смысле Соболева, но не имеющая производных первого порядка. Производная произведения гладкой функции и функции имеющей производную в смысле Соболева. Связь между производными в смысле Соболева и в смысле обобщенных функций. Свойства обобщенных производных в смысле Соболева.

Тема 3. Неравенства Фридрикса и Пуанкаре. Применения этих неравенств при определении эквивалентных норм.

Модуль 3, 4.

Тема 4. Усреднение функций. Ядро усреднения. Различные формулы для усреднения функций и их эквивалентность. Свойства усредненных функций: а) о равномерной сходимости на компактах; б) о норме пространствах Лебега; в) о сходимости в пространствах Лебега и др.

Тема 5. Теоремы вложения. След функции. Определение пространств Соболева. Теоремы о компактности вложений пространств Соболева в различные функциональные пространства. След функции из пространства Соболева. Теоремы о продолжении.

Тема 6. Лемма Лакса-Мильграма. Применения леммы Лакса-Мильграма: к исследованию краевой задачи Римана-Гильберта для обобщенного уравнения Бельтрами; к исследованию периодической задачи для обобщенного уравнения Бельтрами.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модули 1, 2.

Тема 1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Пространства основных и обобщенных функций. Понятия сходимости в этих пространствах. Носители функции и обобщенной функции. Производные от обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Произведение обобщенной функции на бесконечно дифференцируемую функцию. Производная функции Хевисайда. Производная функции $\operatorname{sgn} x$.

Тема 2. Производные в смысле Соболева. Формула Остроградского. Формула интегрирования по частям. Производная функции $|x|$. Функция имеющая смешанную производную второго порядка в смысле Соболева, но не имеющая производных первого порядка. Производная произведения гладкой функции и функции имеющей производную в смысле Соболева. Связь между производными в смысле Соболева и в смысле обобщенных функций. Свойства обобщенных производных в смысле Соболева.

Тема 3. Неравенства Фридрикса и Пуанкаре. Применения этих неравенств для определения эквивалентных норм.

Модуль 3, 4.

Тема 4. Усреднение функций. Ядро усреднения. Различные формулы для усреднения функций и их эквивалентность. Свойства усредненных функций: а) о равномерной сходимости на компактах; б) о норме пространствах Лебега; в) о сходимости в пространствах Лебега и др.

Тема 5. Теоремы вложения. След функции. Определение пространств Соболева. Теоремы о компактности вложений пространств Соболева в различные функциональные пространства. След функции из пространства Соболева. Теоремы о продолжении.

Тема 6. Лемма Лакса-Мильграма. Применения леммы Лакса-Мильграма: к исследованию краевой задачи Римана-Гильберта для обобщенного уравнения Бельтрами; к исследованию периодической задачи для обобщенного уравнения Бельтрами.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Дополнительные главы уравнений в частных производных* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. **М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова** Уравнения математической физики. ...Дополнительные главы: Учебное пособие/ Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008
http://repository.kpfu.ru/?p_id=9371
2. **Михлин С.Г.** Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций</i>	
1. Переход к пределу под знаком интеграла. 2. Фундаментальные решения для некоторых уравнений в частных производных.	Рефераты и доклады на тему: 1. Реферат на тему: Сравнение переходов к пределу в интегралах Римана и Лебега. 2. Медленно растущие обобщенные функции
2. Аппроксимация гладкими функциями. Цепное правило.	Доклады и рефераты на темы: 1. Преобразование координат. 2. Продолжение функций.
<i>Модуль 2. Пространства Соболева</i>	
1. Определение интеграла Лебега. Свойства.	Реферат на тему: Различные подходы к определению интеграла Лебега.
2. Неравенство Пуанкаре.	Реферат на тему: Неравенство Пуанкаре.
3. Пространство Соболева периодических функций.	Доклад на тему: Разностные отношения.
4. Абсолютно непрерывные функции.	Доклад на тему: Связь абсолютно непрерывной функции со своей производной.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения

образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК-1	<p>Знать: фундаментальные понятия уравнений в частных производных: эллиптичность уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, эллиптичность систем уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, обобщенные функции и их производные, усреднение функций, пространства Соболева, краевые задачи для обобщенного уравнения Бельтрами.</p> <p>Уметь: применить пространства Соболева к краевым задачам; применить лемму Лакса-Мильграма при изучении вопросов разрешимости краевых задач для различных уравнений в частных производных.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-1	<p>Знать: различные теоремы вложения пространств Соболева, продолжения функций; различные определения обобщенных функций;</p> <p>Уметь: доказывать теоремы разрешимости краевых задач, используя лемму Лакса-Мильграма; доказывать априорные оценки типа острого угла и использовать их при исследовании краевых задач.</p> <p>Владеть: разными методами доказательства теорем по уравнениям в частных производных.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-2	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям уравнений в частных производных; приложения пространств Соболева в самой математике и естественных науках.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию теорем по</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

	уравнениям в частных производных. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме уравнений в частных производных.	
ОПК-3	Знать формулировки основных теорем о свойствах пространств Соболева: теорем вложения, аппроксимации гладкими функциями, о следах, о продолжении. Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем уравнений в частных производных путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории уравнений в частных производных в разделах публично представляемых научных результатов.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции "Готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности"

У р о	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительн о	Хорошо	Отлично

в е н ь п о р о г о в ы й	Знать: фундаментальные понятия уравнений в частных производных: эллиптичность уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, эллиптичность систем уравнений с постоянными и переменными коэффициентами, обобщенные функции и их производные, усреднение функций, пространства Соболева, краевые задачи для обобщенного уравнения Бельтрами. Уметь: применить пространства Соболева к краевым задачам; применить лемму Лакса-Мильграма при изучении вопросов разрешимости краевых задач для различных уравнений в частных производных.	Допускает ошибки при определении фундаментальных понятий уравнений в частных производных. Умеет: определить тип некоторых типичных уравнений в частных производных; находит обобщенные производные некоторых типичных обобщенных функций.	Допускает неточности при определении фундаментальных понятий уравнений в частных производных. Умеет: применять понятия уравнений в частных производных к решению примеров; доказывать все основные утверждения уравнений в частных производных. Владеет применениями методов уравнений в частных производных, обобщенных функций и пространств Соболева в различных областях математики и естественных наук.	Знает все фундаментальные понятия уравнений в частных производных. Умеет: применять понятия уравнений в частных производных к решению примеров; доказывать все утверждения уравнений в частных производных. Владеет применениями методов уравнений в частных производных, обобщенных функций и пространств Соболева в различных областях математики и естественных наук.
---	---	--	--	--

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области»

У р о	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительн о	Хорошо	Отлично

в е н ь п о р о г о в ы й	Знать: различные теоремы вложения пространств Соболева, продолжения функций; различные определения обобщенных функций; Уметь: доказывать теоремы разрешимости краевых задач, используя лемму Лакса-Мильграма; доказывать априорные оценки типа острого угла и использовать их при исследовании краевых задач. Владеть: разными методами доказательства теорем по уравнениям в частных производных.	Допускает ошибки в формулировках определений и теорем, при доказательстве теоремы. Допускает ошибки при доказательстве эквивалентности разных определений. Умеет: определить тип некоторых типичных уравнений частных производных; находит обобщенные производные некоторых типичных обобщенных функций	Знает все фундаментальные понятия уравнений в частных производных. Допускает несущественные неточности при доказательствах эквивалентности разных определений, доказательствах теорем. Умеет разными методами доказывать некоторые теоремы уравнений в частных производных.	Знает все фундаментальные понятия уравнений в частных производных. Умеет: применять понятия уравнений в частных производных к решению примеров; доказывать все утверждения уравнений в частных производных. Владеет разными методами доказательства теорем уравнений в частных производных.
---	--	---	---	---

способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);

У р о	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

в е н ь п о р о г о в ы й	Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к основным уравнениям и понятиям уравнений в частных производных; к обобщенным функциям и пространствам Соболева в самой математике и естественных науках. Уметь давать естественнонаучную интерпретацию теорем уравнений в частных производных. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме уравнений в частных производных и краевым (начально-краевым) задачам для таких уравнений.	Знает: отдельные естественнонаучные задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных, к обобщенным функциям, к пространствам Соболева. Умеет давать естественнонаучную интерпретацию отдельных теорем уравнений в частных производных. Владеет методами моделирования некоторых естественнонаучных задач в форме краевых задач для некоторых уравнений в частных производных.	Знает: некоторые естественнонаучные задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных, к обобщенным функциям, к пространствам Соболева. Умеет давать естественнонаучную интерпретацию различных теорем уравнений в частных производных. Владеет методами моделирования различных естественнонаучных задач в форме краевых задач для некоторых уравнений в частных производных.	Знает: естественнонаучные задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных, к обобщенным функциям, к пространствам Соболева. Умеет давать естественнонаучную интерпретацию теорем уравнений в частных производных. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме краевых задач для некоторых уравнений в частных производных..
---	---	---	---	--

способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе (ОПК-3);

У р о в н ь п о р о г о в ы й	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
	Знать формулировки основных теорем и понятий уравнений в частных производных; обобщенных функций и пространств Соболева. Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем уравнений в частных производных путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории уравнений в частных производных в разделах публично представляемых научных результатов.	Допускает ошибки при формулировке основных теорем и понятий уравнений в частных производных; обобщенных функций и пространств Соболева. Допускает ошибки при анализе исходных условий теорем уравнений в частных производных. Владеет некоторой информацией о современном уровне развития теории уравнений в частных производных в разделах публично представляемых	Допускает неточности при формулировке основных теорем и понятий уравнений в частных производных; обобщенных функций и пространств Соболева. Допускает неточности при анализе исходных условий теорем уравнений в частных производных. Владеть некоторой информацией о современном уровне развития теории уравнений в частных в разделах	Знает формулировки основных теорем и понятий уравнений в частных производных; обобщенных функций и пространств Соболева. Умеет давать полный анализ исходных условий важнейших теорем действительного анализа. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития теории уравнений в частных производных в

		научных результатов.	публично представляемых научных результатов.	разделах публично представляемых научных результатов.
--	--	----------------------	--	---

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Эллиптические уравнения. Определения и примеры.
2. Эллиптические системы уравнений. Определения и примеры.
3. Основные и обобщенные функции. Функция Дирака.
4. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
5. Обобщенные производные. Примеры.
6. Производные в смысле Соболева.
7. Свойства производных в смысле Соболева.
8. Ядро усреднения. Усреднение функции.
9. Свойства усредненных функций.

Примерные вопросы к экзамену

10. Эллиптические уравнения. Определения и примеры.
11. Эллиптические системы уравнений. Определения и примеры.
12. Основные и обобщенные функции. Функция Дирака.
13. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
14. Обобщенные производные. Примеры.
15. Производные в смысле Соболева.
16. Свойства производных в смысле Соболева.
17. Ядро усреднения. Усреднение функции.
18. Свойства усредненных функций.
19. Линейные функционалы над пространством Лебега L_p .
20. Достаточное условие существования производной в смысле Соболева от произведения функций.
21. Определение пространства Соболева.
22. След элемента из пространства Соболева.
23. Теоремы вложения.
24. Неравенство Фридрихса.
25. Неравенство Пуанкаре.
26. Эквивалентные нормы в пространствах Соболева.
27. Эквивалентная норма для одного пространства Соболева над полем \mathbb{R} с комплекснозначными элементами.
28. Лемма Лакса-Мильграма.
29. Обобщенное уравнение Бельтрами.
30. Задача Римана-Гильберта для системы Коши-Римана.
31. Неравенство "острого угла".
32. Задача Римана-Гильберта для обобщенного уравнения Бельтрами.
33. Неравенство острого угла для недивергентного эллиптического оператора второго порядка.
34. Задача Дирихле для недивергентного эллиптического оператора второго порядка.
35. Пространства Соболева периодических функций.
36. Периодическая задача для обобщенного оператора Бельтрами.

Примерные тестовые задания

Задача 1. Уравнение Лапласа – уравнение

- 1) параболического типа (0)
- 2) гиперболического типа (0)
- 3) неопределенного типа (0)
- 4) смешанного типа (0)

5) эллиптического типа (1)

Задача 2. Система Коши-Римана – система уравнений

- 1) параболического типа (0)
- 2) гиперболического типа (0)
- 3) неопределенного типа (0)
- 4) смешанного типа (0)
- 5) эллиптического типа (1)

Задача 3. Уравнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + (2i)^{-1}\partial_zu = f$ – уравнение

- 1) параболического типа (0)
- 2) гиперболического типа (0)
- 3) неопределенного типа (0)
- 4) смешанного типа (0)
- 5) эллиптического типа (1)

Задача 4. Уравнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + \mu \partial_zu = f$, $\|\mu\|_{L_\infty(Q)} \leq k_0 < 1$, – уравнение

- 1) параболического типа (0)
- 2) гиперболического типа (0)
- 3) неопределенного типа (0)
- 4) смешанного типа (0)
- 5) эллиптического типа (1)

Задача 5. Обобщенное уравнение Бельтрами $\partial_{\bar{z}}u + \mu \partial_zu + \nu \partial_{\bar{z}}\bar{u} = f$, $\|\mu\|_{L_\infty(Q)} + \|\nu\|_{L_\infty(Q)} \leq k_0 < 1$, – уравнение

- 1) параболического типа (0)
- 2) гиперболического типа (0)
- 3) неопределенного типа (0)
- 4) смешанного типа (0)
- 5) эллиптического типа (1)

Задача 6. Функция $f(x) = \frac{1}{x}$

- 1) суммируема на отрезке $[0; 1]$ (0)
- 2) суммируема в квадрате на отрезке $[0; 1]$ (0)
- 3) суммируема в квадрате на отрезке $[-1; 1]$ (0)
- 4) локально суммируема на полуинтервале $(0; 1]$ (1)
- 5) локально суммируема на $(0; +\infty)$ (1)

Задача 7. Выберите все верные варианты ответов:

1) Функция Дирихле $D(x)$, равная 1 в рациональных точках и равная 0 в иррациональных точках, на отрезке $[0,1]$...

а) является суммируемой (интегрируемой по Лебегу) и неинтегрируемой по Риману (в собственном или несобственном смысле);

б) является суммируемой и интегрируемой по Риману в несобственном смысле;

в) не является ни суммируемой, ни интегрируемой по Риману.

2) Функция $f(x)$, равная $\frac{1}{\sqrt{x}}$ при $x \in (0,1]$ и нулю при $x = 0$, на отрезке $[0,1]$...

а) является суммируемой (интегрируемой по Лебегу) и интегрируемой по Риману в несобственном смысле;

б) не является суммируемой и является интегрируемой по Риману в несобственном смысле;

в) не является суммируемой и интегрируемой по Риману.

Задача 8. Обобщенная производная функции Хевисайда $\chi(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ равна

- 1) 0 (0)
- 2) 1 (0)
- 3) суммируемой на отрезке $[-1; 1]$ функции (0)
- 4) x при $x > 0$ и 1 при $x \leq 0$ (0)
- 5) дельта функции Дирака (1)

Задача 8. Обобщенная производная функции $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ равна

- 1) 0 (0)
- 2) 1 (0)
- 3) дельта-функции Дирака $\delta(x)$ (0)
- 4) $-\delta(x)$ (0)
- 5) $2\delta(x)$ (1)

Задача 9. Обобщенная производная функции $|x|$ равна

- 1) 1 (0)
- 2) -1 (0)
- 3) дельта-функции Дирака $\delta(x)$ (0)
- 4) $-\delta(x)$ (0)
- 5) $\operatorname{sgn}(x)$ (1)

Задача 10. Обобщенная производная функции $x \operatorname{sgn}(x)$ равна

- 1) $2x$ (0)
- 2) $-2x$ (0)
- 3) дельта-функции Дирака $\delta(x)$ (0)
- 4) $-\delta(x)$ (0)
- 5) $\operatorname{sgn}(x)$ (1)

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Владимиров В.С., Уравнения математической физики, М. Наука, 1971.
2. М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова Уравнения математической физики. ...Дополнительные главы: Учебное пособие/ Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008
http://repository.kpfu.ru/?p_id=9371
3. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977
4. Бицадзе А.В., Калинин Д.Ф., Сборник задач по уравнениям математической физики, М. Наука, 1977.

б) дополнительная литература

1. Петровский И.Г., Лекции об уравнениях с частными производными, М. Физматгиз, 1961.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики, М. Наука, 1972.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам). Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.

2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<p>Студентам:</p> <p>- запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии;</p> <p>Преподавателям:</p> <p>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</p> <p>Всем заинтересованным пользователям:</p> <p>1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</p> <p>2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</p>
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дополнительным главам уравнений в частных производных распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дополнительным главам уравнений в частных производных рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины действительный анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.