

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Комплексный анализ»**

Кафедра *дифференциальных уравнений и функционального анализа* факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа:

01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Форма обучения:

Очная


Статус дисциплины:

базовая


Махачкала 2017


Рабочая программа дисциплины: **Комплексный анализ**  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень  
бакалавриат)  
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: д.ф.-м.н. профессор кафедры  
дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Сиражудинов Магомед Магомедалиевич

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6  
Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением 

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина Комплексный анализ входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика**.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук, кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с комплексными числами, аналитическими функциями и теории вычетов. Применяются в гидродинамике, в теории упругости и т.д. Дисциплина «Комплексный анализ» необходима изучить для исследовании вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);

способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);

способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3);

способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия и самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
5	144	34		18			92	Экзамен
6	144	36		18			90	Экзамен
Итого	288	70		36			182	

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Комплексный анализ являются изучение комплексных чисел. Изучение на базе вещественного анализа, теории функций комплексного переменного. Ознакомление с прикладными аспектами комплексного анализа. Ознакомление с фундаментальными свойствами аналитических функций.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика

Курс комплексного анализа преподается на 3 курсе, после изучения вещественного анализа, алгебры и геометрии. Комплексный анализ преподается параллельно с курсом «Уравнения в частных производных». В частности, в обоих курсах изучаются свойства гармонических функций и приводится сравнительный анализ в комплексном анализе в связи с сопряженными гармоническими функциями, а в уравнениях в частных производных – с задачей Дирихле для уравнения Лапласа.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;	Знать: комплексные числа, аналитические функции, Особые точки и вычеты. Владеть: основными методами комплексного анализа
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики;	Знать: комплексные числа, аналитические функции, Особые точки и вычеты. Владеть: основными методами комплексного анализа
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знать: комплексные числа, аналитические функции, особые точки и вычеты. Владеть: основными методами комплексного анализа

ПК-4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты;	Знать: комплексные числа, аналитические функции, особые точки и вычеты. Владеть: основными методами комплексного анализа
------	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр.са м. раб.		
<i>Пятый семестр</i>								
<b>Модуль I. Комплексные числа</b>								
1. Комплексные числа.	5		6	4			4	
2. Функции комплексного переменного.	5		10	6			6	Коллоквиум
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>36</b>		<b>16</b>	<b>10</b>			<b>10</b>	
<b>Модуль II. Функции комплексного переменного</b>								
1. Элементарные функции и конформные отображения.	5		10	4			22	Контрольная работа
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>36</b>		<b>10</b>	<b>4</b>			<b>22</b>	
<b>Модуль III. Интеграл по пути</b>								
1. Интеграл по пути.	5		2	2			6	
2. Интегральные теоремы Коши	5		6	2			18	Коллоквиум
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>36</b>		<b>8</b>	<b>4</b>			<b>24</b>	
<b>Модуль IV. Промежуточная аттестация</b>								
1. Экзамен	5						36	
<b>ИТОГО за 5 семестр</b>	<b>144</b>		<b>34</b>	<b>18</b>			<b>92</b>	
<i>Шестой семестр</i>								
<b>Модуль V. Теория интеграла</b>								
1. Интегральная формула Коши. Первообразная	6		6	4			6	Контрольная работа
2. Степенные ряды. Ряд Тейлора и ряд Лорана.	6		8	4			8	Коллоквиум
<b>Всего по модулю 5</b>	<b>36</b>		<b>14</b>	<b>8</b>			<b>14</b>	
<b>Модуль VI. Особые точки.</b>								
1. Ряд Лорана и особые точки.	6		4	2			30	
<b>Всего по модулю 6</b>	<b>36</b>		<b>4</b>	<b>2</b>			<b>30</b>	
<b>Модуль VII Вычеты. Целые и мероморфные функции.</b>								
1. Вычеты.	6		6	2			2	
2. Теория вычетов и ее приложения.	6		8	4			4	Коллоквиум
3. Целые и мероморфные	6		4				4	

функции.								
<b>Всего по модулю 7</b>	<b>36</b>		<b>18</b>	<b>8</b>			<b>10</b>	
<b>Модуль VIII. Промежуточная аттестация</b>								
1. Экзамен							36	
<b>ИТОГО за 6 семестр</b>	<b>144</b>		<b>36</b>	<b>18</b>			<b>90</b>	
<b>ИТОГО за год</b>	<b>288</b>		<b>70</b>	<b>36</b>			<b>182</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

### **ЛЕКЦИИ**

#### *Пятый семестр*

#### **Модули I, II.**

**Тема 1.** Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме.

Формула Муавра. Стереографическая проекция. Сфера Римана.

**Тема 2.** Топологические понятия. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функция комплексного переменного. Предел, непрерывность функции комплексного переменного. С-линейные и R-линейные функции. С-дифференцируемость и R-дифференцируемость функций комплексного переменного. Теорема о существовании частных производных.

Условия Коши-Римана. Производная. Производная по направлению. Аналитические функции. Конформные отображения.

**Тема 3.** Элементарные функции и конформные отображения.

Дробно-линейные отображения. О гомеоморфности, конформности дробно-линейных отображений. Круговое свойство дробно-линейных отображений. Точки симметричные относительно окружности. Свойство сохранения симметрии дробно-линейных отображений. Группа дробно-линейных отображений. Специальные дробно-линейные отображения. Дробно-линейное отображение верхней полуплоскости на единичный круг. Дробно-линейное отображение единичного круга на единичный круг. Функция  $e^z$ , определение и свойства. Тригонометрические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Степенные и показательные функции  $a^z$ ,  $z^a$ . Функция  $\ln z$ .

**Модуль III.** Интеграл по пути.

**Тема 4.** Интеграл по пути.

Путь и кривая. Определение интеграла по пути. Свойство ортогональности степеней. Свойства интеграла: линейность, аддитивность, эквивалентность, ориентируемость, неравенства. Интеграл по кривой.

**Тема 5.** Интегральные теоремы Коши. Интегральная теорема Коши для треугольников. Лемма Гурса. Интегральная теорема Коши для односвязных областей. Интегральная теорема Коши для многосвязных областей.

#### *Шестой семестр*

**Модуль 5.** Теория интеграла.

**Тема 6.** Интегральная формула Коши. Первообразная.

Первообразная. Интегральная формула Коши. О локальной первообразной аналитической функции. Формула Ньютона-Лейбница.

**Тема 7.** Степенные ряды. Ряд Тейлора и ряд Лорана.

Степенные ряды. Признак Коши-Адамара. Об аналитичности суммы степенного ряда и следствия из него. Ряд Тейлора. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. О единственности разложения функции в степенной ряд.

Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о единственности аналитической функции.

Ряд Лорана. Главная часть ряда Лорана. О единственности разложения в ряд Лорана. Неравенства Коши.

**Модули VI, VII.** Вычеты. Целые и мероморфные функции.

**Тема 8.** Ряд Лорана и особые точки.

Особые точки аналитической функции. Изолированные особые точки и их классификация. Устранимая особая точка, полюс и существенно особая точка. Порядок полюса. О связи изолированных особых точек с разложением в ряд Лорана. Изолированная особая точка  $\infty$ . Ряд Лорана в точке  $\infty$  и о его связи с типом особенности в  $\infty$ .

**Тема 9.** Вычеты.

Понятие вычета в конечной изолированной особой точке. Вычет в конечной изолированной особой точке равен коэффициенту  $c_{-1}$  из разложения в ряд Лорана. Формулы для нахождения вычета в полюсе. Вычет в изолированной особой точке  $\infty$  равен коэффициенту  $c_{-1}$  из разложения в ряд Лорана, умноженному на  $-1$ .

**Тема 10.** Теория вычетов и ее приложения.

Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов для нахождения интегралов по пути. Применение вычетов для нахождения определенных интегралов. Применение вычетов для нахождения несобственных интегралов. Логарифмический вычет. Индекс функции. Принцип аргумента. Принцип сохранения областей. Теорема Руше. Основная теорема алгебры комплексных чисел. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема о среднем значении.

**Тема 11.** Целые и мероморфные функции.

Классификация аналитических функций по виду особенности на бесконечности. Целые функции. Целые трансцендентные функции. Мероморфные функции. О разложении дробно рациональной функции на элементарные дроби.

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### *Пятый семестр*

**Модули I, II. Функции комплексного переменного**

**Тема 1.** Комплексные числа.

Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Теоремы умножения и деления в тригонометрической форме.

Формула Муавра. Стереографическая проекция. Сфера Римана.

**Тема 2.** Последовательности и ряды комплексных чисел. Функция комплексного переменного.

Предел, непрерывность функции комплексного переменного.  $S$ -линейные и  $R$ -линейные функции.  $S$ -дифференцируемость и  $R$ -дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Производная. Производная по направлению. Аналитические функции. Конформные отображения.

**Тема 3.** Элементарные функции и конформные отображения.

Дробно-линейные отображения. О гомеоморфности, конформности дробно-линейных отображений. Круговое свойство дробно-линейных отображений. Точки симметричные относительно окружности. Свойство сохранения симметрии дробно-линейных отображений. Группа дробно-линейных отображений. Специальные дробно-линейные отображения. Дробно-линейное отображение верхней полуплоскости на единичный круг. Дробно-линейное отображение единичного круга на единичный круг. Функция  $e^z$ , определение и свойства. Тригонометрические функции комплексного переменного. Формулы Эйлера. Функция  $\operatorname{Ln} z$ . Степенные и показательные функции  $a^z$ ,  $z^a$ .

**Модуль III.** Интеграл по пути.

**Тема 4.** Интеграл по пути.

Путь и кривая. Определение интеграла по пути. Свойство ортогональности степеней. Свойства интеграла: линейность, аддитивность, эквивалентность, ориентируемость, неравенства. Интеграл по кривой.

**Тема 5.** Интегральные теоремы Коши. Интегральная теорема Коши для односвязных областей.

Интегральная теорема Коши для многосвязных областей.

### *Шестой семестр*

**Модуль 5.** Теория интеграла.

**Тема 6.** Интегральная формула Коши. Первообразная.

Первообразная. Интегральная формула Коши.

**Тема 7.** Степенные ряды. Ряд Тейлора и ряд Лорана.

Степенные ряды. Признак Коши-Адамара. Об аналитичности суммы степенного ряда и следствия из него. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема о единственности аналитической функции. Ряд Лорана. Главная часть ряда Лорана

**Модули VI, VII.** Вычеты. Целые и мероморфные функции.

**Тема 8.** Ряд Лорана и особые точки.

Особые точки аналитической функции. Изолированные особые точки и их классификация.

Устранимая особая точка, полюс и существенно особая точка. Порядок полюса. О связи изолированных особых точек с разложением в ряд Лорана. Изолированная особая точка  $\infty$ . Ряд Лорана в точке  $\infty$  и о его связи с типом особенности в  $\infty$ .

**Тема 9.** Вычеты.

Понятие вычета в конечной изолированной особой точке. Формулы для нахождения вычета в полюсе. Вычет в изолированной особой точке  $\infty$ .

**Тема 10.** Теория вычетов и ее приложения.

Теорема Коши о вычетах. Теорема о полной сумме вычетов. Применение вычетов для нахождения интегралов по пути. Применение вычетов для нахождения определенных интегралов. Применение вычетов для нахождения несобственных интегралов. Логарифмический вычет. Индекс функции. Принцип аргумента. Принцип сохранения областей. Теорема Руше. Основная теорема алгебры комплексных чисел.

**Тема 11.** Целые и мероморфные функции.

Классификация аналитических функций по виду особенности на бесконечности. Целые функции. Целые трансцендентные функции. Мероморфные функции. О разложении дробно рациональной функции на элементарные дроби.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

*Учебно-методические пособие для самостоятельной работы*

«Теория функций комплексного переменного» Магомедов Г.А., Сиражудинов М.М., Рагимханов Р.К., Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2010.

*Задания для самостоятельной работы*

*Задание 1.* Перечень вопросов для самостоятельной работы

1. Определение функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$  с помощью рядов.
2. Конформные отображения.
3. Обратимость функций  $e^z$ ,  $z^n$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ .
4. Понятие Римановой поверхности.
5. Точки ветвления.



6. Лемма Гурса.
7. Интеграл с переменным верхним пределом.
8. Теорема Морера.
9. Различные определения однозначной аналитической функции и их сравнение.
10. Теорема Вейерштрасса.
11. Интеграл типа Коши.
12. Аналитическое продолжение.
13. Формулы Сохоцкого.
14. Теорема Пикара.
15. Особые точки многозначного характера.

**Задание 2.** Рефераты и курсовые работы по темам для самостоятельной работы ниже в п. 7.3

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК -1	Знать: комплексные числа, аналитические функции, Особые точки и вычеты	Устный опрос
ПК-2,	Уметь строго доказать теоремы на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Контрольная работа
ПК-3	Владеть: основными методами комплексного анализа	Контрольная работа
ПК-4	Уметь строго доказать теоремы на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Контрольная работа

**7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.**

готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
		о		

Пороговый	Знать: комплексные числа, аналитические функции, Особые точки и вычеты	Демонстрирует слабое умение (самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и источников литературы) использовать в практической деятельности новые знания и умения	Может применить (используя информационн ые технологии и источники литературы) в практической деятельности некоторые новые знания и умения	Может эффективно приобретать с помощью информационн ых технологий и источников литературы и использовать в практической деятельности новые знания и умения
-----------	---	--	--	--

способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики (ПК-2);

Урове нь	Показатели (что обучающийся должен продемонстрир овать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Уметь строго доказать теоремы комплексного анализа на основе полученных знаний из математическо го анализа и аналитической геометрии, а также увидеть и корректировать результат.	Имеет неполное представление о доказательстве теоремы и корректировки результата	Допускает неточности в процессе изложения доказательств теоремы и приведении примеров.	Демонстрирует четкое представление, готовность к адекватному применению полученных естественнонаучн ых знаний

способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3);

Урове нь	Показатели (что обучающийся должен продемонстриро вать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительн о	Хорошо	Отлично

Пороговый	Владеть: основными методами комплексного анализа	Имеет неполное представление об основных методах комплексного анализа	Допускает неточности в изложении и доказательствах методов комплексного анализа.	Демонстрирует четкое представление, готовность к адекватному применению полученных знаний по комплексному анализу в других математических дисциплинах
-----------	--	---	--	---

способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4);

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Владеть: основными методами комплексного анализа	Имеет неполное представление об основных методах комплексного анализа	Допускает неточности в изложении и доказательствах методов комплексного анализа.	Демонстрирует четкое представление, готовность к адекватному применению полученных знаний по комплексному анализу в других математических дисциплинах

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### 7.3.1 Примерные темы рефератов и курсовых работ:

1. Использование вычетов для вычисления несобственных интегралов
2. Использование вычетов для вычисления собственных интегралов
3. Изолированные особые точки
4. Использование вычетов для суммирования рядов
5. Римановы поверхности.

#### 7.3.2 Вопросы к коллоквиуму

1. Понятие аналитичности функции в точке, в области. Необходимые и достаточные условия аналитичности.
2. Основные свойства аналитических функций
  - а) независимость интеграла от пути
  - б) разложимость в степенной ряд (Теорема Тейлора)
  - в) бесконечная дифференцируемость аналитических функций
  - г) принцип единственности аналитических функций
3. Различные определения однозначной аналитической функции.
4. Ряд Лорана. Сходимость.
5. Разложение функции в ряд Лорана (Теорема Лорана).

6. Разложение функции в окрестности бесконечно-удаленной точки.
7. Изолированные особые точки однозначного характера и их типы
8. Теорема Сохоцкого.
9. Теорема Пикара.
10. Вычеты. Определения.
11. Формулы для вычетов относительно полюса.
12. Основная теорема о вычетах.
13. Приложения вычетов к вычислению интегралов.
14. Целые и мероморфные функции.

### 7.3.3. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Комплексные числа. Модуль и аргумент. Комплексно-сопряженные числа
2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра.
3. Стереографическая проекция. Сфера Римана.
4. Топологические понятия на  $\mathbb{C}$  и  $\overline{\mathbb{C}}$ .
5. Последовательность. Предел последовательности. Числовой ряд.
6. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
7.  $\mathbb{C}$ -линейные и  $\mathbb{R}$ -линейные функции. Геометрический смысл  $\mathbb{C}$ -линейного отображения
8.  $\mathbb{C}$  и  $\mathbb{R}$  – дифференцируемость. Теорема о существовании частных производных.
9. Условия Коши-Римана.
10. Производная. Аналитические функции.
11. Геометрический смысл производной. Понятие конформного отображения.
12. Дробно-линейные отображения. О гомеоморфности.
13. О конформности дробно-линейного отображения.
14. Круговое свойство дробно-линейных отображений.
15. Точки симметричные относительно окружности. Построение и свойства симметричных точек.
16. Сохранение симметрии при дробно-линейных отображениях.
17. Группа дробно-линейных отображений. Дробно-линейные изоморфизмы.
18. Дробно-линейные отображения верхней полуплоскости на  $\mathbb{D}$  и единичный круг на единичный круг.
19. Функция  $w = z^n$ . Области однолиственности.
20. Показательная функция  $e^z$ . Области однолиственности.
21. Свойства функции  $e^z$ .
22. Тригонометрические функции  $\cos z$  и  $\sin z$ .
23. Функции  $\operatorname{Ln} z$ ,  $a^z$ ,  $z^a$ .
24. Путь и кривая.
25. Интеграл по пути. Ортогональность степеней.
26. Линейность, аддитивность и инвариантность интеграла.
27. Ориентируемость интеграла и оценки интеграла.
28. Первообразная.
29. Интегральная теорема Коши для односвязных и для  $n$ -многосвязных областей.
30. Локальная первообразная.
31. Интегральная формула Коши.
32. Ряд Тейлора. Теорема Абеля.
33. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля
34. Признак Коши. Круг сходимости. Радиус сходимости.
35. Об аналитичности суммы степенного ряда. Следствия из него.
36. Нули аналитических функций. Порядок нуля
37. Теорема о единственности.
38. Теорема Морера
39. Ряд Лорана

40. О единственности разложения в ряд Лорана.
41. Неравенства Коши. Главная часть ряда Лорана.
42. Особые точки и их классификация
43. Классификация особых точек при помощи ряда Лорана (устраняемая особая точка).
44. Классификация особых точек при помощи ряда Лорана (полнос и существенно особая точка).
45. Особая точка  $\infty$ .
46. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.
47. Об аналитичности суммы степенного ряда. Следствия из него.
48. Формулы для вычисления вычетов.
49. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов
50. Логарифмический вычет.
51. Индекс функции. Принцип аргумента
52. Принцип сохранения областей
53. Теорема Руше. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
54. Стереографическая проекция.
55. Принцип максимума модуля аналитической функции.
56. Принцип минимума
57. Интегральная теорема Коши для треугольников
58. Теорема о среднем значении

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

##### **а) основная литература:**

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: «Наука», ч.1. 1986.
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: «Наука», 1984.
3. Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г., Сборник задач по теории функций комплексного переменного, Наука. М.: «Наука», 1975.
4. Леонтьева Т.А. Лекции по теории функций комплексного анализа: М:научный мир 2004. 216 стр.
5. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного 2002 г.
6. Магомедов Г.А., Сиражудинов М.М., Рагимханов Р.К. Теория функций комплексного переменного, Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2010.

---

##### **б) дополнительная литература:**

1. Сидоров Ю. В., Федорюк М.В., Шабунин А.И. Лекции по ТФКП. 2-е издание. М., Наука, 1982.
2. Магомедов Г.А., Сиражудинов М.М., Рагимханов Р.К. Теория функций комплексного переменного, Махачкала, ИПЦ ДГУ, 2003.
3. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций, уч.

пособие, М. Наука, 1984.

4. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного 2004г.

### 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересуется зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<b>Студентам:</b> - запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии <b>Преподавателям:</b> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. <b>Всем заинтересованным пользователям:</b> <b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. <b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по комплексному анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по комплексному анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины комплексный анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.