

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Прикладной функциональный анализ и интегральные
уравнения**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: вариативная

....


Махачкала - 2017

Рабочая программа дисциплины «Прикладной функциональный анализ» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки: магистратура). Приказ № 911

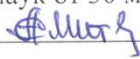
Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, к.ф.-м.н, доцент Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа

от 28 марта 2017 г., протокол № 6.

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 30 марта 2017г., протокол № 6.

Председатель  Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «30» марта 2017г. 

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: **вариативная**


Махачкала, 2015

Рабочая программа дисциплины «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика (уровень магистратуры) от «28» августа 2015 г. № 911


Разработчик(и): *кафедра дифференциальных уравнений и функционально анализа, Меджидов З.Г., к.ф.-м.н., доцент*


Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа «28» октября 2015 г., протокол № 3

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методического совета факультета математики и компьютерных наук «30» октября 2015 г., протокол № 2.

Председатель  Меджидов З.Г.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 8 » 12 2015 г. 
(подпись)

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины	4
1. Цели освоения дисциплины.....	5
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.....	5
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).....	5
4. Объем, структура и содержание дисциплины.	7
5. Образовательные технологии.....	8
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.	9
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины	10
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	18
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	18
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	18
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.	19
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	20

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией ограниченных и неограниченных операторов в нормированных пространствах. Изучаемый материал применяется в задачах математической физики, в теории интегральных уравнений, в общей теории приближенных методов и т.д. Дисциплина «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» необходимо изучать для овладения общими методами решения операторных уравнений и применения их при решении конкретных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – ОК-1, ОПК-4, ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме *контрольных работ и коллоквиумов*, промежуточный контроль в форме *зачета*.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- мestr	Учебные занятия						СРС	Форма промежу- точной ат- тестации (зачет, дифферен- цирован- ный зачет, экзамен)
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лек- ции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	кон- сультации				
9	72	6		26			40	Зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» являются:

освоение основных понятий и методов функционального анализа; формирование у обучаемых математических знаний для успешного овладения общенаучными и инженерными дисциплинами на необходимом научном уровне; освоение основных навыков приближенного решения функциональных и интегральных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» входит в базовую часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина относится к числу прикладных математических дисциплин и связана с приложениями методов функционального анализа к ряду важных разделов общей теории приближенных методов. Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами общих курсов линейной алгебры, математического анализа, теории дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Для освоения дисциплины обучающиеся должны владеть следующими знаниями: знание курса «Математический анализ» в полном объеме; знание курса «Линейная алгебра и геометрия» в части, касающейся теории линейных пространств и линейных операторов; знание курсов «Дифференциальные уравнения» и «Уравнения в частных производных» в части, касающейся граничных и краевых задач.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать: теорию линейных ограниченных и элементы теории нелинейных операторов, включая элементы спектральной теории и приложения к теории линейных интегральных уравнений. Уметь применять методы функционального анализа при решении прикладных задач. Владеть методами функционального

		анализа.
ОПК-4	Способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики	<p>Знать: основные понятия и теоремы общей теории приближенных методов для линейных уравнений в банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Уметь применять полученные знания при исследовании конкретных дифференциальных, интегральных уравнений и систем уравнений</p> <p>Владеть техникой применения функционального анализа к решению прикладных задач.</p>
ПК-1	Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	<p>Знать общенаучные понятия функционального анализа, операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений.</p> <p>Уметь применять полученные знания при решении задач, связанных с: разностными методами, методами решения некорректных задач, квадратурными формулами, численными методами и др.</p> <p>Владеть аппаратом функционального анализа и методами решения операторных уравнений для постановки задач и осуществления математического моделирования различных объектов и явлений.</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации
				Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия	Контр. сам. раб.	Самост. работа	
Модуль 1. Линейные операторы и функционалы									
1	Пространство линейных ограниченных операторов	9	1-2	2	4			6	Устный опрос
2	Обратный оператор. Непрерывная обратимость.	9	3-4		4			6	Устный опрос
3	Вполне непрерывные операторы.	9	5-7	2	6			8	Тестирование
	<i>Итого по модулю 1</i>			4	14			20	<i>Коллоквиум</i>
Модуль 2. Элементы теории нелинейных операторов									
1	Дифференцирование нелинейных операторов	9	8-10	2	6			10	Устный опрос
2	Принципы неподвижной точки и их применения	9	11-13		6			10	Контрольная работа
	<i>Итого по модулю 2</i>			2	12			20	<i>Коллоквиум</i>
	ИТОГО			6	26			40	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Линейные операторы и функционалы

Тема 1. Пространство линейных ограниченных операторов.

Линейные ограниченные операторы и функционалы. Норма оператора и функционала. Сопряженное пространство. Теорема Хана-Банаха.

Тема 2. Обратный оператор. Непрерывная обратимость.

Обратный оператор. Непрерывная обратимость линейного оператора. Теорема Банаха об обратном операторе. Спектр и резольвента оператора.

Тема 3. Вполне непрерывные операторы.

Вполне непрерывные операторы. Свойства вполне непрерывных операторов. Спектр компактного оператора. Теорема Гильберта-Шмидта. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра второго рода. Компактность интегральных операторов с вырожденным и симметричным ядрами. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

Модуль 2. Элементы теории нелинейных операторов

Тема 5. Дифференцирование нелинейных операторов.

Производная и дифференциал Фреше нелинейного оператора. Производная и дифференциал Гато нелинейного оператора. Связь между сильной и слабой дифференцируемостью.

Тема 6. Принципы неподвижной точки и их применения.

Принцип сжимающих отображений и его применение. Итерационный процесс Ньютона. Принцип неподвижной точки Шаудера и его применение к решению краевых задач.

5. Образовательные технологии

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности магистров для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций: лекции в виде дискуссии, командная работа на практическом занятии, опережающая самостоятельная работа, разбор кейсов и др.

Одной из первых лекций должна быть обзорная лекция о современном состоянии развития функционального анализа.

Занятия по темам раздела «Элементы теории нелинейных операторов» проводятся в интерактивной форме с использованием видеопроектора.

При прохождении темы «Принципы неподвижной точки и их применение» целесообразно организовать встречу со специалистами по дифференциальным уравнениям из ДГПУ, ДГТУ и ДНЦ РАН.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Текущая и опережающая самостоятельная работа, направленная на углубление и закрепление знаний, а также развитие практических умений заключается в:

- работе студентов с лекционным материалом, поиске и анализе литературы и электронных источников информации по заданной проблеме и выбранной теме реферата или доклада,
- в выполнении домашних заданий,
- в изучении тем, вынесенных на самостоятельную проработку,
- в изучении теоретического материала к практическим занятиям,
- подготовке к зачету.

6.1. Темы, выносимые на самостоятельную проработку:

- Три принципа линейного функционального анализа.
- Компактные множества и вполне непрерывные операторы.
- Решение интегральных уравнений с симметричным и вырожденным ядром.
- Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

6.2. *Творческая проблемно-ориентированная самостоятельная работа* направлена на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала магистров и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по определенной теме исследований,
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях и семинарах.

Для успешного освоения отдельных разделов рекомендуется написать реферат или сделать доклад на практическом занятии.

6.3. Примерные темы докладов и рефератов для самостоятельной работы

<i>Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
Модуль 1. Линейные операторы и функционалы	
1. Пространство линейных ограниченных операторов.	Рефераты на темы: 1. Пространства, сопряженные к основным функциональным пространствам 2. Виды сходимости в сопряженном пространстве и их взаимосвязь
2. Вполне непрерывные операторы	Доклады на темы:

ры.	1. Метод нахождения спектра оператора Фредгольма с симметричным ядром. 2. Построение резольвенты некоторых интегральных операторов.
Модуль 2. Элементы теории нелинейных операторов	
1. Дифференцирование нелинейных операторов.	Реферат на тему «Применение дифференциала Гато к обращению лучевого преобразования функции».
2. Принципы неподвижной точки и их применения.	Доклад на тему «Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений».

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОК-1	Знать: теорию линейных ограниченных и элементы теории нелинейных операторов, включая элементы спектральной теории и приложения к теории линейных интегральных уравнений. Уметь применять методы функционального анализа при решении прикладных задач. Владеть методами функционального анализа.	Выступление с докладами; круглый стол
ОПК-4	Знать: основные понятия и теоремы общей теории приближенных методов для линейных уравнений в банаховых и гильбертовых пространствах. Уметь применять полученные знания при исследовании конкретных дифференциальных, интегральных уравнений и систем уравнений. Владеть техникой применения функционального анализа к решению прикладных задач.	Написание рефератов, взаимное рецензирование магистрами работ друг друга.

ПК-1	<p>Знать общенаучные понятия функционального анализа, операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений.</p> <p>Уметь применять полученные знания при решении задач, связанных с: разностными методами, методами решения некорректных задач, квадратурными формулами, численными методами и др.</p> <p>Владеть аппаратом функционального анализа и методами решения операторных уравнений для постановки задач и осуществления математического моделирования различных объектов и явлений.</p>	Контрольная работа, коллоквиум, зачет
------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1 «Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п о р о г о в э л е м е н т ы с п е к т р а л ь н о й	Знать: теорию линейных ограниченных и элементарных операторов, включая элементы спектральной теории и приложения к теории линейных интегральных уравнений.	Знает базовые понятия линейных ограниченных операторов.	Знает базовые понятия линейных ограниченных операторов.	Знает общенаучные базовые понятия функционального анализа, касающиеся линейных и нелинейных операторов и их применений.

б а з о в ы й	Уметь: применять методы функционального анализа при решении прикладных задач.	Умеет находить нормы операторов и исследовать на непрерывную обратимость.	Умеет находить нормы элементов и операторов, может применять аппарат функционального анализа для решения интегральных, дифференциальных и функциональных уравнений, а также в прикладных исследованиях.
п р о д в и н у т ы й	Владеть: методами функционального анализа.	Владеет методами решения операторных уравнений в основных функциональных пространствах.	Владеет методами решения операторных уравнений и задач по математическому моделированию отдельных объектов и явлений.

ОПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

п о р о г о в ы й	Знать: основные понятия и теоремы общей теории приближенных методов для линейных уравнений в банаховых и гильбертовых пространствах.	Знает материал по теории линейных ограниченных операторов и функционалов.	Знает материал по теории линейных ограниченных операторов и функционалов и отдельным темам теории неограниченных операторов.	Демонстрирует знание программного материала по теории линейных ограниченных и неограниченных операторов и функционалов.
б а з о в ы й	Уметь: применять полученные знания при исследовании конкретных дифференциальных, интегральных уравнений и систем уравнений.	Умеет исследовать операторы (в том числе интегральные) на непрерывную обратимость.	Умеет исследовать на непрерывную обратимость, определять спектр некоторых операторов.	Умеет исследовать на непрерывную обратимость, определять спектр и резольвенту основных классов линейных операторов.
п р о д в и н у т ы й	Владеть: техникой применения функционального анализа к решению прикладных задач.	Владеет навыками применения ограниченных операторов.	Владеет навыками применения ограниченных и неограниченных операторов к отдельным прикладным задачам.	Владеет навыками применения ограниченных и неограниченных операторов к решению прикладных задач.

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

п о р о г о в ы й	Знать общенаучные понятия функционального анализа, операторных уравнений, в частности, интегральных уравнений.	Знает материал по теории линейных ограниченных операторов.	Знает материал по теории линейных ограниченных операторов, принципы сжимающих операторов.	Знает материал по теории линейных ограниченных и неограниченных операторов, основные элементы теории нелинейных операторов.
б з о в ы й	Уметь применять полученные знания при решении задач, связанных с: разностными методами, методами решения некорректных задач, квадратурными формулами, численными методами и др.	Умеет исследовать линейный на непрерывную обратимость и находить спектр некоторых операторов.	Умеет исследовать на непрерывную обратимость, определять спектр, применять теорию вполне непрерывных операторов.	Умеет исследовать на непрерывную обратимость, определять спектр и резольвенту основных классов линейных операторов, применять методы неподвижных точек и дифференцирование нелинейных операторов.
п р д в и н у т ы й	Владеть аппаратом функционального анализа и методами решения операторных уравнений для постановки задач и осуществления математического моделирования различных объектов и явлений.	Владеет навыками применения линейных ограниченных операторов.	Владеет навыками применения ограниченных операторов и принципов сжимающих отображений.	Владеет навыками применения ограниченных и неограниченных операторов.

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

7.3.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Пространство линейных ограниченных операторов»

1. Линейные ограниченные операторы и функционалы.
2. Формулы для нормы оператора и функционала.
3. Доказать, что оператор $A: C[0; 1] \rightarrow C[0; 1]$, $Ax(t) = t \int_0^1 x(\tau) d\tau$, является линейным ограниченным и найти его норму.
4. Линейные ограниченные операторы и функционалы в пространстве непрерывных функций.
5. Линейные ограниченные операторы и функционалы в пространстве числовых последовательностей.
6. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота.
7. Два вида сходимости в пространстве линейных ограниченных операторов.
8. Исследовать на сходимость последовательность операторов $A_n: l_2 \rightarrow l_2$, $A_n x = A_n(x_1, x_2, \dots) = (0, 0, \dots, x_n, 0, 0, \dots)$.
9. Принцип равномерной ограниченности линейных операторов.
10. Сопряженное пространство. Два вида сходимости последовательности непрерывных линейных функционалов.
11. Будет ли линейный функционал $f(x) = x'(\frac{1}{2})$, определенный на множестве непрерывно дифференцируемых функций из $C[0; 1]$, ограниченным? Если да, то найти его норму.
12. Доказать, что если линейный оператор $A: X \rightarrow X$ не является ограниченным в одной из двух эквивалентных норм, то он не будет ограниченным и в другой норме.
13. Доказать, что всякий линейный оператор, заданный на конечномерном пространстве, ограничен.
14. Слабая ограниченность и слабая сходимость.
15. Теорема Хана-Банаха. Следствия.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.
17. Доказать, что в конечномерном пространстве всякая слабо сходящаяся последовательность сходится по норме.
18. Найти характеристические числа и собственные функции уравнения

$$x(t) - \lambda \int_0^1 (t^2 - 2ts)x(s) ds = 0.$$

19. Решить с помощью резольвенты интегральное уравнение

$$x(t) = \frac{2}{3} \int_0^t tsx(s) ds + 3t - 2.$$

7.3.2. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу "Вполне непрерывные операторы"

1. Теоремы Фредгольма в гильбертовом пространстве.

2. Интегральные уравнения второго рода. Союзное уравнение. Характеристические числа и собственные функции.
3. Компактность интегральных операторов с вырожденным и непрерывным ядрами.
4. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.
5. Решение интегральных уравнений Фредгольма с вырожденным и симметричным ядром.
6. Решение интегральных уравнений Вольтерра с вырожденным и симметричным ядром.
7. В пространстве $C[-1; 1]$ решить интегральное уравнение $x(t) + \int_{-1}^1 e^{s+2t} x(s) ds = e^t$.
8. В пространстве $C[0; 1]$ решить интегральное уравнение $x(t) = \int_0^1 \sin \pi(t-s) x(s) ds + \cos \pi t$.

7.3.3. Примерные задания тестов

Тест №1

1. Для того чтобы линейный оператор был взаимно однозначен, необходимо и достаточно, чтобы:
 - А) его ядро состояло только из нулевого элемента;
 - Б) его ядро было пустым множеством;
 - В) его ядро было линейным многообразием.
2. Оператор $A: X \rightarrow Y$ непрерывно обратим. Тогда неверно
 - А) $\exists y \in Y: \forall x D(A)Ax \neq y$;
 - Б) A^{-1} ограничен;
 - В) A взаимно однозначен.
3. Какая из следующих функций является решением интегрального уравнения $x(t) = 6 \int_{-1}^1 tsx(s) ds - 2$:
 - А) $x(t) = t - 2$;
 - Б) $x(t) = -2$;
 - В) $x(t) = t/3 - 2$.
4. Оператор $A: X \rightarrow Y$ не является непрерывным в точке $a, a \in X$, если...
 - А) $\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \forall x \in X: \|x - a\| < \delta \Rightarrow \|Ax - Aa\| \geq \varepsilon$;
 - Б) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in X: \|x - a\| < \delta \Rightarrow \|Ax - Aa\| \geq \varepsilon$;
 - В) $\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x \in X: \|x - a\| < \delta \Rightarrow \|Ax - Aa\| \geq \varepsilon$;
 - Г) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \exists x \in X: \|x - a\| < \delta \Rightarrow \|Ax - Aa\| \geq \varepsilon$.

5. Среди следующих операторов выберите нелинейные:

А) $A: C[-2; 1] \rightarrow C[-2; 1], Ax(t) = \int_{-2}^1 \sin s x(s) ds - 3x(0);$

Б) $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, Ax = (0, x_1, 2x_2), x = (x_1, x_2);$

В) $C[0; 1] \rightarrow C[0; 1], Ax(t) = x(t^4);$

Г) $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, Ax = 1 - x_1 - 6x_2,$ где $x = (x_1, x_2).$

6. Норма оператора $Ax = 4x_1 - 3x_3, x \in \mathbb{R}^4$ равна

А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 7.

7. Последовательность элементов пространства $L(X, Y)$, сходящаяся по норме этого пространства, называется

А) сильно сходящейся;

Б) слабо сходящейся;

В) равномерно сходящейся;

Г) поточечно сходящейся.

8. Какое из чисел является собственным значением оператора

$$Ax(t) - \lambda \int_0^1 (t^2 - 2ts)x(s) ds = 0.$$

А) π ; Б) 1; В) 0; Г) $-\pi$.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум – 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 50 баллов,
- письменная контрольная работа – 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
2. Константинов Р.В. Лекции по функциональному анализу. Долгопрудный, 2007.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.
4. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
5. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

б) дополнительная литература:

6. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М.: Наука, 1984.
7. Городецкий В.В., Нагнибида Н.И., Настасиев П.П. Методы решения задач по функциональному анализу. М.: URSS, 2010.
8. Леонтьева Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций действительного переменного. М.: Изд-во МГУ, 1997.
9. Меджидов З.Г. Методические указания и задачи по курсу "Интегральные уравнения". Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1999.
10. Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р. К. Функциональный анализ. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2010.
11. Рисс Ф., Секефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979.
12. Садовничий В.А. Теория операторов. М.: Изд-во МГУ, 2004.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

- 1) www.math.ru;
- 2) www.exponenta.ru;
- 3) www.mathematics.ru;
- 4) <http://elibr.dgu.ru>;
- 5) <http://edu.icc.dgu.ru>;

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Специфика дисциплины «Прикладной функциональный анализ и интегральные уравнения» состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач из разных разделов высшей математики. Эти задачи служат иллюстрацией отдельных понятий, теорем и методов функционального анализа.