

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
**Дополнительные главы**  
**функционального анализа**

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Факультете: математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.04.01 Математика

Профили подготовки:  
Математический анализ  
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования  
магистратура

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины:  
базовая

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: Доп главы функционального анализа  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки 01.04.01. Математика (уровень  
бакалавриат)

Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент кафедры Дуи Фа Рагимханов В.Р.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением 30 марта 2017 г.





## Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины .....	5
1. Цели освоения дисциплины .....	6
2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры .....	6
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .....	6
4. Объем, структура и содержание дисциплины .....	13
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. ....	16
Задания для самостоятельной работы.....	17
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины .....	19
<b>8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....</b>	<b>37</b>
<b>9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. ....</b>	<b>38</b>
<b>10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....</b>	<b>39</b>
<b>12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине. ....</b>	<b>40</b>

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дополнительные главы функционального анализа» входит в базовую часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 *Математика*.

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с метрическими, банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; дальнейшее изучение и освоение таких понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; построение и основные свойства абстрактной теории меры и интеграла по мере; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*общекультурных – ОК-1,*  
*общепрофессиональных – ОПК-2,*  
*профессиональных – ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-6, ПК-12.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена.*

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						СРС, в том числе экзамен
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
9	180	10		42	4		124	экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины дополнительные главы функционального анализа являются:

- более углубленное изучение теории интеграла и его обобщений на основе абстрактной теории меры, освоение приложений интеграла в различных областях математики и механики;
- более глубокое изучение метрических пространств и отображений, заданных в них;
- творческое овладение основными методами функционального анализа.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина дополнительные главы функционального анализа входит в базовую часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение данной дисциплины предполагает хорошее знание основных понятий и методов математического анализа и общей топологии в рамках первых двух курсов математического факультета, а также знаний свойств функций основных классов функций действительного переменного.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать основные понятия и теоремы теории метрических пространств и отображений между ними; основы абстрактно

		<p>й теории меры.</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории метрических пространств на языке метрики и топологии;</p> <p>Владеть навыками работы с метрическими пространствами для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели естественных наук	<p>Знать: различные естественно научные модели, где возникают метрические пространства и отображения в них.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений,</p>

		<p>процессов и конструкций в форме того или другого вида метрических пространств.</p> <p>Владеть методами моделирования естественно научных задач в форме операторов, заданных в метрическом, линейно нормированном или гильбертовом пространствах.</p>
ПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств в функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства</p>



		<p>метрически х пространст в, применять их в прикладны х задачах.</p> <p>Владеть современн ыми методами теории метрически х пространст в и абстрактно й теории меры.</p>
ПК-2	<p>способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом</p>	<p>Знать место и роль функциона льного анализа среди других дисциплин математики</p> <p>Уметь анализиров ать прикладные задачи с точки зрения применимо сти к ним методов функциона льного анализа.</p> <p>Владеть современн ыми методами функциона льного анализа.</p>

ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития</p>
------	--	--

		анализа в разделах публично представляемых научных результатов .
ПК-4	способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	<p>Знать: важнейшие топологические и метрические свойства метрических пространств и отображений в них.</p> <p>Уметь: устанавливать полноту, сепарабельность или компактность метрических пространств.</p> <p>Владеть: функционально-аналитическими методами определения свойств отображений</p>
ПК-6	способность к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках	Знать: естественно научные задачи, приводящие к уравнениям в

		<p>метрически х, банаховых и гильбертов ых пространст вах.</p> <p>Уметь: давать естественно научную интерпрета цию уравнений и неравенств в банаховых и гильбертов ых пространст вах.</p> <p>Владеть методами моделирова ния естественно научных задач в форме операторны х уравнений.</p>
ПК-12	способность к проведению методических и экспертных работ в области математики	Знать на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.

		<p>Уметь: оценивать объем материала, необходимо го для освоения того или иного программн ого вопроса; устанавливать связи между различным и предметны ми разделами с учетом специфики функциона льного анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела функциона льного анализа.</p>
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 5, академических часов 180.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации(по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр.са м. раб.		
<b>Модуль 1. Метрические пространства</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	контрольная работа

1.Основные определения теории метрических пространств			1	5			12	
2.Полнота, сепарабельность и компактность метрических пространств			1	5			12	
<b>Модуль2. Топология метрического пространства</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>		<b>2</b>	<b>22</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве			1	5			10	
2. Связность метрических пространств			1	5			12	
<b>Модуль3. отображения метрических пространств</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>9</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	контрольная работа
1. Непрерывные отображения метрических пространств			1	5			12	
2. Сжимающие отображения			1	5			12	
<b>Модуль4. Основы абстрактной теории меры</b>								
<b>Всего по модулю 4</b>	<b>9</b>		<b>4</b>	<b>12</b>		<b>2</b>	<b>18</b>	коллоквиум
1. Основные классы множеств и аддитивные функции множества			2	6			8	
2. Интеграл по счетно аддитивной функции множества			2	6			10	
<b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>								
Подготовка к экзамену							<b>36</b>	экзамен
<b>ИТОГО за 9 семестр</b>			<b>10</b>	<b>42</b>		<b>4</b>	<b>124</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### **ЛЕКЦИИ**

##### **Модуль 1. Метрические пространства**

###### *Тема 1. Основные определения теории метрических пространств*

Метрика на множестве. Различные аксиоматики метрического пространства.

Шар, замкнутый шар, сфера в метрическом пространстве. Диаметр множества в метрическом пространстве. Ограниченные множества. Расстояние между множествами.

###### *Тема 2. Полнота, сепарабельность и компактность метрических пространств*

Сходимость в метрическом пространстве и простейшие свойства этого понятия. Фундаментальные последовательности и простейшие их свойства. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра о категориях. Пополнение метрического пространства. Сепарабельные метрические пространства. Компактные метрические пространства. Основные топологические свойства компактных пространств. Вполне ограниченные множества и их свойства. Теорема Хаусдорфа.

## **Модуль 2. Топология метрического пространства**

*Тема 1. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве*

Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, различные их характеристики и основные их свойства.

*Тема 2. Связность метрических пространств*

Связные метрические пространства. Критерии связности. Компоненты связности. Линейно связные пространства. Взаимоотношения связности и линейной связности.

## **Модуль 3. Отображения метрического пространства**

*Тема 1. Непрерывные отображения метрических пространств*

Непрерывные отображения метрических пространств. Критерии непрерывности отображений. Изометрические отображения. Топологическая изоморфность и изометрическая изоморфность метрических пространств. Вполне непрерывные отображения.

*Тема 2. Сжимающие отображения*

Неподвижные точки отображения. Сжимающие отображения. Теорема Банаха о сжимающих отображениях. Приложения теоремы Банаха.

## **Модуль 4. Основы абстрактной теории меры**

*Тема 1. Основные классы множеств и аддитивные функции множества*

Кольцо множеств, алгебра множеств, полукольцо множеств. Сигма-кольцо и сигма-алгебра множеств. Монотонный класс множеств. Теорема о монотонном классе.

*Тема 2. Интеграл по счетно-аддитивной функции множества*

Измеримые функции, простые функции. Интеграл по простым функциям. Интеграл по счетно-аддитивной функции множества (общий случай).

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### **Модуль 1. Метрические пространства**

*Тема 1. Основные определения теории метрических пространств*

Метрика на множестве. Различные аксиоматики метрического пространства. Шар, замкнутый шар, сфера в метрическом пространстве. Диаметр множества в метрическом пространстве. Ограниченные множества. Расстояние между множествами.

*Тема 2. Полнота, сепарабельность и компактность метрических пространств*

Сходимость в метрическом пространстве и простейшие свойства этого понятия. Фундаментальные последовательности и простейшие их свойства. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра о категориях. Пополнение метрического пространства. Сепарабельные метрические пространства. Компактные метрические пространства. Основные топологические свойства

компактных пространств. Вполне ограниченные множества и их свойства. Теорема Хаусдорфа.

## **Модуль 2. Топология метрического пространства**

*Тема 1. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве*

Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, различные их характеристики и основные их свойства.

*Тема 2. Связность метрических пространств*

Связные метрические пространства. Критерии связности. Компоненты связности. Линейно связные пространства. Взаимоотношения связности и линейной связности.

## **Модуль 3. Отображения метрического пространства**

*Тема 1. Непрерывные отображения метрических пространств*

Непрерывные отображения метрических пространств. Критерии непрерывности отображений. Изометрические отображения. Топологическая изоморфность и изометрическая изоморфность метрических пространств. Вполне непрерывные отображения.

*Тема 2. Сжимающие отображения*

Неподвижные точки отображения. Сжимающие отображения. Теорема Банаха о сжимающих отображениях. Приложения теоремы Банаха.

## **Модуль 4. Основы абстрактной теории меры**

*Тема 1. Основные классы множеств и аддитивные функции множества*

Кольцо множеств, алгебра множеств, полукольцо множеств. Сигма-кольцо и сигма-алгебра множеств. Монотонный класс множеств. Теорема о монотонном классе.

*Тема 2. Интеграл по счетно-аддитивной функции множества*

Измеримые функции, простые функции. Интеграл по простым функциям. Интеграл по счетно-аддитивной функции множества (общий случай).

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Для обеспечения самостоятельной работы бакалавров использовать учебные пособия  
1) Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд., ФИЗМАТЛИТ, 2004.



- 2) Федоров В.М. *Курс функционального анализа*. С.-П., М., Краснодар: Лань, 2005.
- 3) Хелемский А.Я. *Лекции по функциональному анализу*. М.: МЦИМО, 2004.
- 4) Богачев В. И., Смолянов О. Г. *Действительный и функциональный анализ: университетский курс*. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 5) Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
- 6) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильтьеса и его приложения. Учебное пособие* - Махачкала: Изд. ДГУ, 2008.
- 8) Рагимханов Р.К., Насрулаев Ф.С. *Основные понятия и факты теории множеств и линейных пространств, используемые в функциональном анализе. Учебное пособие* - Махачкала: Изд. ДГУ, 2011.
- 9) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. *Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие* - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
- 10) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. *Функциональный анализ. Часть I. Учебное пособие* - Махачкала: Изд. ДГУ, 2013

### **Задания для самостоятельной работы**

1. Определение метрического пространства, примеры. Шары в метрических пространствах примеры. Открытые и замкнутые множества, их свойства.
2. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах, их свойства. Смысл сходимости в конкретных пространствах.
3. Окрестности точки, их свойства.
4. Фундаментальные последовательности, их свойства.
5. Теорема о вложенных шарах.
6. Компактные множества, их свойства.
7.  $\varepsilon$ -сеть множества. Критерий компактности.
8. Теорема Арцела.
9. Оператор сжатия, теорема Банаха.
10. Теорема существования и единственности для дифференциальных уравнений
11. Интегральные уравнения Фредгольма
12. Интегральные уравнения Вольтера.
13. Определение нормированных пространств, примеры
14. Сходящиеся последовательности в нормированных пространствах, их свойства.
15. Полные нормированные пространства, критерий полноты.
16. Определение и примеры линейных непрерывных операторов. Непрерывность и ограниченность.
17. Норма линейного непрерывного оператора.
18. Полнота пространства линейных непрерывных операторов.
19. Распространение линейных операторов.
20. Последовательности линейных операторов. Теорема Банаха – Штейнгауза.
21. Обратные операторы. Теоремы об обратимости операторов.
22. Линейные функционалы. Сопряженное пространство, примеры сопряженных пространств.

23. Теорема Хана – Банаха. Теоремы отделимости.
  24. Сопряженное пространство, примеры сопряженных пространств.
  25. Теорема о вложении нормированного пространства во второе сопряженное.
- Рефлексивные пространства.
26. Слабая сходимость в нормированном пространстве.
  27. Слабая сходимость в сопряженном пространстве.
  28. Счетно-нормированные пространства. Пространство основных функций.
  29. Обобщенные функции, действия над ними.
  30. Простейшие множества в  $R^n$ , их мера. Элементарные множества, их мера.
  31. Внешняя мера множества, ее свойства.
  32. Измеримые множества, мера измеримых множеств, операции над измеримыми множествами.
  33. Счетная аддитивность меры.
  34. Измеримые функции, действия над ними.
  35. Сходимость почти всюду, теорема Егорова.
  36. Сходимость по мере, ее свойства.
  34. Простые интегрируемые функции, их свойства.
  35. Определения интегрируемой функции и интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.
  36. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
  37. Теорема Б. Леви о предельном переходе под знаком интеграла.
  38. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.
  39. Функции ограниченной вариации, их свойства.
  40. Интеграл Стильтьеса, его свойства. Вычисление интеграла Стильтьеса.

### Рефераты, доклады и задания по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Раздел 1. Метрические пространства</b>	
1. Основные определения теории метрических пространств	Доклад на тему: Метрические пространства в различных разделах математики
2. Полнота, сепарабельность и компактность метрических пространств	Доклад на тему: Теорема о вложенных шарах, теорема Бэра и их приложения
<b>Раздел 2. Топология метрического пространства</b>	
1. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве	Реферат на тему: Метризации теоремы
2. Связность метрических пространств	Доклад на тему: $n$ -связность топологического пространства
<b>Раздел 3. Отображения метрических пространств</b>	
1. Непрерывные отображения метрических пространств	Решение задач и упражнений.
2. Сжимающие отображения	Доклад на тему: Теорема Брауэра о неподвижной точке
<b>Раздел 4. Основы абстрактной теории меры</b>	
1. Основные классы множеств и аддитивные функции множества	Рефераты на темы: 1. Основные классы множеств: кольцо, полукольцо, алгебра множеств. 2. Построение меры Лебега в $R^1$

2. Интеграл по счетно аддитивной функции множества	Доклады на темы: 1. Борелевские множества. 2. Различные виды сходимости измеримых функций и связь между ними. 3. Теоремы Лузина и Егорова.
--	---

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК-1	<p>Знать основные понятия и теоремы теории метрических пространств и отображений между ними; основы абстрактной теории меры.</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории метрических пространств на языке метрики и топологии;</p> <p>Владеть навыками работы с метрическими пространствами для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-2	<p>Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают метрические пространства и отображения в них.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида метрических пространств.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторов, заданных в метрическом, линейно нормированном или гильбертовом пространствах.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-1	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории метрических пространств и абстрактной теории меры.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

ПК-2	<p>Знать место и роль функционального анализа среди других дисциплин математики</p> <p>Уметь анализировать прикладные задачи с точки зрения применимости к ним методов функционального анализа.</p> <p>Владеть современными методами функционального анализа.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-3	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-4	<p>Знать: важнейшие топологические и метрические свойства метрических пространств и отображений в них.</p> <p>Уметь: устанавливать полноту, сепарабельность или компактность метрических пространств.</p> <p>Владеть: функционально-аналитическими методами определения свойств отображений</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-6	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к уравнениям в метрических, банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию уравнений и неравенств в банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторных уравнений.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-12	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе данной образовательной организации.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

	Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.	
--	---	--

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью абстрактному мышлению, анализу, синтезу»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Базовый	<p>Знать основные понятия и теоремы теории метрических пространств и отображений между ними; основы абстрактной теории меры.</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории метрических пространств на языке метрики и топологии;</p> <p>Владеть навыками работы с метрическими пространствами для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, но допускает некоторые ошибки при формулировках некоторых теорем.</p> <p>Умеет решать простые задачи по теории метрических пространств, но испытывает затруднения при решении задач среднего уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, непрерывных отображений между ними, но допускает некоторые ошибки в доказательстве некоторых теорем.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств среднего уровня сложности, но испытывает затруднения при решении задач высокого уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств, непрерывности отображений.</p>	<p>Знает все определения теории метрических пространств, непрерывных отображений, теории меры и интеграла, изучаемые в предлагаемом курсе.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств; умеет различными методами устанавливать непрерывность отображений.</p> <p>Владеет навыками при установке основных свойств метрических пространств, непрерывности отображений</p>

<b>Высокий</b>	<p>Знать основные понятия и теоремы теории метрических пространств и отображений между ними; основы абстрактной теории меры.</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории метрических пространств на языке метрики и топологии;</p> <p>Владеть навыками работы с метрическими пространствами для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Знает основные определения и теоремы теории метрических пространств и абстрактной теории меры</p> <p>Умеет решать простые задачи по теории метрических пространств и теории меры и интеграла, но испытывает затруднения при решении задач среднего уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств и свойств функции множества, заданной на определенном классе множеств</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, непрерывных отображений между ними, абстрактной теории меры, теории интеграла, но допускает некоторые ошибки доказательстве теорем.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств и теории меры среднего уровня сложности, но испытывает затруднения при решении задач высокого уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств, непрерывности отображений, свойств меры и функций множеств.</p>	<p>Знает все определения теории метрических пространств, непрерывных отображений, теории меры и интеграла, изучаемые в предлагаемом курсе, а также понятия и теоремы из дополнительного списка литературы.</p> <p>Умеет свободно решать задачи по теории метрических пространств; умеет различными методами устанавливать непрерывность и другие свойства отображений.</p> <p>Творчески владеет навыками при установке основных свойств метрических пространств, непрерывности отображений</p>

## ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>

<b>Базовый</b>	<p>Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают метрические пространства и отображения в них.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида метрических пространств.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторов, заданных в метрическом, линейно нормированном или гильбертовом пространствах.</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>
----------------	--	---	---	--

<b>Высокий</b>	Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают метрические пространства и отображения в них.	Знает некоторые физические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.	Знает физические и биологические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.	Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.
	Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме того или другого вида метрических пространств.	Умеет создавать математические модели некоторых физических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.	Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.	Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.
	Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторов, заданных в метрическом, линейно нормированном или гильбертовом пространствах.	Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений	Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений	Владеет навыками при установке основных математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений

## ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>



<b>Базовый</b>	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории метрических пространств и абстрактной теории меры.</p>	<p>Знает определения пространств непрерывных функций, пространств <math>l_p</math>.</p> <p>Умеет устанавливать, неравенство треугольника для норм в этих пространствах.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств метрических пространств.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории метрических пространств и абстрактной теории меры.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории метрических пространств и абстрактной теории меры.</p>
<b>Высокий</b>	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории метрических пространств и абстрактной теории меры.</p>	<p>Знает определения пространств непрерывных функций, пространств <math>l_p</math>, лебеговых пространств</p> <p>Умеет устанавливать, неравенство треугольника для норм в этих пространствах.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств метрических пространств</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства (полнота, сепарабельность) классических линейно нормированных пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами банаховых пространств и абстрактной теории меры.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства классических метрических, банаховых и локально выпуклых пространств функционального анализа, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами банаховых пространств и ограниченных и неограниченных операторов в них, а также абстрактной теории меры.</p>

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом»

Уровень	Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Базовый	<p>Знать место и роль функционального анализа среди других дисциплин математики</p> <p>Уметь анализировать прикладные задачи с точки зрения применимости к ним методов функционального анализа.</p> <p>Владеть современными методами функционального анализа.</p>	<p>Знает определение метрического пространства, линейно нормированного пространства, линейного ограниченного оператора, непрерывности отображения.</p> <p>Умеет устанавливать, что данная функция задает метрику (норму) на множестве (линейном пространстве), непрерывность отображения.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора.</p>	<p>Знает определение метрического пространства, линейно нормированного пространства, линейного ограниченного оператора, непрерывности отображения, сопряженного и самосопряженного оператора, спектра оператора.</p> <p>Умеет формулировать на языке функционального анализа некоторые прикладные задачи.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора, установки компактности оператора.</p>	<p>Знает определение метрического пространства, линейно нормированного пространства, локально выпуклого пространства, линейного ограниченного и неограниченного оператора, непрерывности отображения, сопряженного и самосопряженного оператора, спектра оператора.</p> <p>Умеет формулировать на языке функционального анализа основные вопросы предложенной прикладной задачи.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора, установки компактности оператора, свойств нелинейных операторов.</p>

<b>Высокий</b>	<p>Знать место и роль функционального анализа среди других дисциплин математики</p> <p>Уметь анализировать прикладные задачи с точки зрения применимости к ним методов функционального анализа.</p> <p>Владеть современными методами функционального анализа.</p>	<p>Знает определения и ключевых понятий теорий метрического пространства, линейно нормированного пространства, линейного ограниченного оператора, непрерывности отображения.</p> <p>Умеет устанавливать, что данная функция задает метрику (норму) на множестве (линейном пространстве), непрерывность отображения; умеет устанавливать компактность заданных «простых» множеств.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора, находить спектр простых операторов.</p>	<p>Знает основные определения и основные теоремы теорий метрического пространства, линейно нормированного пространства, линейного ограниченного оператора, непрерывности отображения, сопряженного и самосопряженного оператора, спектра оператора.</p> <p>Умеет формулировать в форме уравнений в метрических пространствах некоторые прикладные задачи.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора, установки компактности оператора, нахождения спектра дифференциальных операторов второго порядка с постоянными коэффициентами с подходящими краевыми условиями</p>	<p>Знает определение метрического пространства, линейно нормированного пространства, локально выпуклого пространства, линейного ограниченного и неограниченного оператора, непрерывности отображения, сопряженного и самосопряженного оператора, спектра оператора, оператора Немыцкого, Гаммерштейна и Урысона.</p> <p>Умеет формулировать на языке функционального анализа основные вопросы предложенной прикладной задачи.</p> <p>Владеет методами оценки нормы линейного оператора, установки компактности оператора, свойств нелинейных операторов (действие в определенных пространствах, их непрерывность, ограниченность, их дифференцируемость в различных смыслах)</p>

### ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью публично представить собственные новые научные результаты»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>

<b>Базовый</b>	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость предлагаемых функций</p> <p>Владеет простыми методами для установления измеримости функций.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по мере.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по конечно аддитивной функции множества и счетно-аддитивной функции множества, основные свойства интеграла по мере.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций, применять теоремы Лебега, Леви и Фату при переходе к пределу под знаком интеграла.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, методами перехода к пределу под знаком предела.</p>
----------------	--	---	---	---

<b>Высокий</b>	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; основные классы множеств, определение измеримости множества по Лебегу.</p> <p>Умеет устанавливать основные свойства заданных классов множеств, измеримость предлагаемых функций</p> <p>Владеет простыми методами для установления измеримости функций, вычисления интегралов Лебега.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по мере, определение абсолютной непрерывности меры, сингулярности меры, теоремы Лебега, Фубини.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, абсолютной непрерывности и сингулярности меры относительно меры Лебега.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по конечно аддитивной функции множества и счетно-аддитивной функции множества, основные свойства интеграла по мере, конструкцию меры Лебега в <math>\mathbb{R}^n</math>.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций, применять теоремы Лебега, Леви и Фату при переходе к пределу под знаком интеграла, доказывать полноту лебеговых пространств.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, методами перехода к пределу под знаком предела, методами повторного интегрирования.</p>

#### ПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>

<b>Базовый</b>	<p>Знать: важнейшие топологические и метрические свойства метрических пространств и отображений в них.</p> <p>Уметь: устанавливать полноту, сепарабельность или компактность метрических пространств.</p> <p>Владеть: функционально-аналитическими методами определения свойств отображений</p>	<p>Знает отличие метрических и топологических свойств метрического пространства, определение открытых и замкнутых множеств, определение непрерывного отображения</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность и компактность «простых» метрических пространств.</p> <p>Владеет методом Гейне для установления непрерывности отображения.</p>	<p>Знает основные метрические и топологические понятия теории метрических пространств; различные подходы к определению непрерывности отображения.</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность, полноту и компактность множеств из пространств <math>R^n</math> и <math>C[a,b]</math>.</p> <p>Владеет различными методами для установления непрерывности отображения</p>	<p>Знает основные метрические и топологические понятия теории метрических пространств; различные подходы к определению непрерывности отображения.</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность, полноту и компактность множеств из пространств <math>R^n</math>, <math>C[a,b]</math>, <math>l_p</math>, <math>L_p(K)</math>.</p> <p>Владеет различными методами для установления непрерывности отображения и может применить их к конкретным отображениям.</p>
----------------	---	--	--	--

<b>Высокий</b>	<p>Знать: важнейшие топологические и метрические свойства метрических пространств и отображений в них.</p> <p>Уметь: устанавливать полноту, сепарабельность или компактность метрических пространств.</p> <p>Владеть: функционально аналитическими методами определения свойств отображений</p>	<p>Знает отличие метрических и топологических свойств метрического пространства, определение открытых и замкнутых множеств, свойств открытых и замкнутых множеств, определение непрерывного отображения, основные свойства непрерывных отображений.</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность и компактность предлагаемых метрических пространств.</p> <p>Владеет методом сходящихся последовательностей для установления непрерывности отображения.</p>	<p>Знает основные метрические и топологические понятия теории метрических пространств; различные подходы к определению непрерывности отображения, определение гомеоморфизма и изометрии метрических пространств.</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность, полноту и компактность множеств из пространств <math>R^n</math> и <math>C[a,b]</math>.</p> <p>Владеет различными методами для установления непрерывности отображения, гомеоморфности отображения, изометричности отображения.</p>	<p>Знает основные метрические и топологические понятия теории метрических пространств; различные подходы к определению непрерывности отображения, открытости и замкнутости отображения.</p> <p>Умеет устанавливать сепарабельность, полноту и компактность множеств из пространств <math>R^n</math>, <math>C[a,b]</math>, <math>l_p</math>, <math>L_p(K)</math>.</p> <p>Владеет различными методами для установления непрерывности отображения, гомеоморфности метрических пространства может творчески применять их к конкретным отображениям.</p>

### ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>

<b>Базовый</b>	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к уравнениям в метрических, банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию уравнений и неравенств в банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторных уравнений.</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются метрические пространства.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач в виде уравнений в метрическом пространстве.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>
----------------	--	---	---	--



<b>Высокий</b>	<p>Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к уравнениям метрических, банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию уравнений и неравенств в банаховых и гильбертовых пространствах.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме операторных уравнений.</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.</p> <p>Владеет навыками при установке основных математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>

## ПК-12

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики»

<b>Уровень</b>	<b>Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)</b>	<b>Оценочная шкала</b>		
		<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>

<b>Базовый</b>	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Слабо знает курс функционального анализа по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Допускает ошибки в оценке объема материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; в связях между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Слабо владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне курс функционального анализа по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Владеет в определенной степени методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>
----------------	---	---	--	---

<b>Высокий</b>	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Слабо знает курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Допускает ошибки в оценке объема материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; в связях между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Слабо владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>Владеет в определенной степени методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа.</p>	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс функционального анализа по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики функционального анализа.</p> <p>В полной мере владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела функционального анализа и может творчески их использовать.</p>
----------------	---	---	--	---

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Теорема о вложенных шарах.
2. Теорема Бэра.
3. Критерий компактности в пространстве непрерывных функций, заданных на компакте.
4. Теорема Банаха о неподвижной точке.
5. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
6. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
7. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
8. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов

последовательностей, заданных рекуррентно.

9. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
10. Примеры банаховых пространств.
11. Неравенства Гельдера и Минковского.
12. Пространства  $L^p$ , их полнота.
13. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
14. Тожество параллелограмма.
15. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
16. Пространство линейных операторов, его полнота.
17. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
18. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
19. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.
20. Универсальность пространства  $C_{[0,1]}$ .

### Примерные контрольные работы

#### Вариант 1.

1. Задаёт ли норму на числовой прямой функция  $\sqrt{|x|}$ .
2. Проверьте, что  $C_{[a,b]}$  – нормированное пространство.
3. Найдите норму функции  $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$  в пространстве  $C_{[a,b]}$ .
4. Докажите, что последовательность  $\sqrt{2}, \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}, \dots$  имеет предел и найдите его.
5. Решите интегральное уравнение  $u(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 u(t) dt + e^x - \frac{e}{2} + \frac{1}{2}$ .
6. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq \frac{1}{n}, \\ -x^2, & x = \frac{1}{n} \end{cases}$  интегрируема по Лебегу на  $[0, 1]$  и найдите  $(L) \int_0^1 f(x) dx$ .

#### Вариант 2.

1. Задаёт ли норму на числовой прямой функция  $|x - 1|$ .
2. Проверьте, что  $C_1[a,b]$  – нормированное пространство.
3. Найдите норму функции  $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$  в пространстве  $C_1[a,b]$ .
4. Докажите, что последовательность  $\sqrt{3}, \sqrt{3 + \sqrt{3}}, \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3}}}, \dots$  имеет предел и найдите его.
5. Решите интегральное уравнение  $u(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 xu(t) dt - \frac{3}{4}x$ .

6. Докажите, что функция  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in I \cap [1; 2], \\ 2x, & x \in I \cap [0; 1], \\ \sin x, & x \in Q \end{cases}$  интегрируема по Лебегу на  $[0, 2]$  и найдите  $(L) \int_0^2 f(x) dx$ .

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

#### 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

##### *Основная литература*

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.
- 3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ*. М.: Наука, 1977.
- 4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. *Элементы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- 5 Садовничий В.А. *Теория операторов* 5-ое издание 2004 г.
- 6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. *Действительный и функциональный анализ: университетский курс*. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 7 Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
- 8 Рагимханов Р.К., Насрулаев Ф.С. *Основные понятия и факты теории множеств и линейных пространств, используемые в функциональном анализе*. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2011.
- 9 Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. *Функциональный анализ. Часть I. Учебное пособие* - Махачкала: Изд. ДГУ, 2013

##### *Дополнительная литература*

- 1 Иосида К. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1967.
- 2 Рудин У. *Функциональный анализ*. М.: Мир, 1975.
- 3 Федоров В.М. *Курс функционального анализа*. С.-П., М., Краснодар: Лань, 2005.
- 4 Хелемский А.Я. *Лекции по функциональному анализу*. М.: МЦИМО, 2004.
- 5 Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 6 Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н. и др. Действительный анализ в задачах ФИЗМАТЛИТ 2005 416 стр.
- 7 Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 8 Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильеса и его приложения*. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2008.
- 9 Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. *Аддитивные функции множества и смежные вопросы*. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.

### *Задачники*

- 1 Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. *Теоремы и задачи функционального анализа*. М.: Наука, 1988.
- 2 Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. *Задачи и упражнения по функциональному анализу*. М.: Наука, 1984.
- 3 Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. *Действительный анализ в задачах*. М., 2005.
- 4 Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева *«Задачи и упражнения по функциональному анализу»*, Наука, 2002
- 5 Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам). Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<p><b>Студентам:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- запустить установленный у Вас математический пакет</li> <li>выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии;</li> </ul> <p><b>Преподавателям:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</li> </ul> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <p><b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</p>

			2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по функциональному анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомандуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

### Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.

- 3 Канторович Л.В., Акилов Г. П. *Функциональный анализ*. М.: Наука, 1977.
- 4 А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. *Элементы теории функций и функционального анализа*. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- 5 Садовничий В.А. *Теория операторов* 5-ое издание 2004 г.
- 6 Богачев В. И., Смолянов О. Г. *Действительный и функциональный анализ: университетский курс*. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 7 Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Дерр В. Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения». – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Дерр В. Я. *Функциональный анализ: лекции и упражнения*. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по предмету рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.