

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МЕРА, ИНТЕГРАЛ И ПРОИЗВОДНАЯ

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа
Факультете: математики и компьютерных наук

Образовательная программа
01.04.01 Математика

Профили подготовки:
Математический анализ
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
очная

Статус дисциплины:
вариативная

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: Мера, интеграл и производная
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по
направлению подготовки 01.04.01. Математика (уровень
бакалавриат)


Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент кафедры ДУи ФА Рагимханов В.Р.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением 30 марта 2017 г.



Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины	4
1. Цели освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры	5
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)	5
4. Объем, структура и содержание дисциплины	10
5. Образовательные технологии	12
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.	13
Задания для самостоятельной работы	13
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины	15
Вопросы для самостоятельной работы	29
Вопросы к экзамену по дисциплине	30
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	32
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.	33
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	33
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	35

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Мера, интеграл и производная» входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

К основным задачам данного курса относятся изучение основных свойств аддитивной, счетно-аддитивной функции множества и конструирование мер Стильеса, Стильеса-Бореля и Стильеса-Лебега на прямой с помощью функций ограниченной вариации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

общекультурных – ОК-1,

общепрофессиональных – ОПК-2,

профессиональных – ПК-1, ПК-3, ПК-5, ПК-6, ПК-12.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена.*

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
о		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации	экзамен	
6	180	16		52	4		108	Экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *мера, интеграл и производная* является научить слушателей понимать основные положения абстрактной теории аддитивной, счетно-аддитивной функции множества и связь мер Стильеса, Бореля-Стилтьеса и Стильеса-Лебега функциями ограниченной вариации вещественного аргумента. Понятие и факты курса составляют фундамент многих разделов современного анализа.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина *мера, интеграл и производная* входит в вариативную часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Предполагает знание основных понятий и методов математического анализа и общей топологии в рамках первых двух курсов математического факультета, а также знаний свойств функций основных классов функций действительного переменного.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать основные понятия и теоремы теории меры Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории меры Владеть навыками работы с различными классами множеств и аддитивных функций множества для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных

		дисциплин.
ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели естественных наук	<p>Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают аддитивные функции множества и интегралы по ним.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций с использованием теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач на языке теории меры и интеграла.</p>
ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах.</p>

		Владеть современными методами теории меры.
ПК-3	способностью публично представить собственные новые научные результаты	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах</p>

		публично представляемых научных результатов.
ПК-5	способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах	<p>Знать: важнейшие свойства колец, алгебр, сигма-колец и сигма-алгебр множеств и аддитивных функций.</p> <p>Уметь: свойства функций множеств, заданных на полукольце, кольце или алгебре множеств.</p> <p>Владеть: методами теории множеств и теории меры для определения свойств функций множества.</p>
ПК-6	способностью к собственному видению прикладного аспекта встрогих математических формулировках	<p>Знать: естественнонаучные задачи, сводящиеся к проблемам теории меры и интеграла.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию задач теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методами</p>

		<p>моделирование естественнонаучных задач в форме задач теории меры и интеграла.</p>
ПК-12	<p>способность к проведению методических и экспертных работ в области математики</p>	<p>Знать на достаточно высоком уровне теорию меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры и интеграла.</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 5, академических часов 180.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации(по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр-са м. раб.		
Модуль 1. Основные классы множеств, их свойства и структура								
Всего по модулю 1	11		4	12			20	контрольная работа
1.Основные классы множеств			2	6			10	
2.Порожденные классы множеств			2	6			10	
Модуль2. Конечно и счетно-аддитивные функции множества и их свойства								
Всего по модулю 2	11		4	12		2	18	коллоквиум, контрольная работа
1. Функции множества. Меры.			2	6			9	
2. Продолжение меры			2	6			9	
Модуль3. Теория функций ограниченной вариации вещественного аргумента								
Всего по модулю 3	11		4	14			18	контрольная работа
1. Функции вещественной переменной с ограниченной вариации			2	6			9	
2. Вещественны функции вещественной переменной с ограниченной вариации			2	8			9	
Модуль4. Теория меры прямой								
Всего по модулю 4	11		4	14		2	16	коллоквиум
1. Мера Стильеса и Бореля-Стилтьеса			2	7			8	
2. Мера Стильеса-Лебега			2	7			8	
Модуль 5. Промежуточная аттестация								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
ИТОГО за 9 семестр			16	52		4	108	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Основные классы множеств, их свойства и структура

Тема 1. Основные классы множеств

Нижний и верхний предел множеств, предел множеств. Кольцо, полукольцо и алгебра множеств. Сигма-кольцо и сигма-алгебра множеств. Монотонные классы.

Измеримое пространство и измеримые функции.

Тема 2. Порожденные классы множеств

Минимальное кольцо, минимальная алгебра, минимальное сигма-кольцо, минимальная сигма-алгебра, минимальный монотонный класс содержащий данное семейство множеств. Теоремы о монотонном и сигма-кольце, порожденных кольцом. Борелевские множества и борелевская сигма-алгебра топологического пространства.

Модуль 2. Конечны и счетно-аддитивные функции множества и их свойства

Тема 1. Функции множества. Меры.

Функция множества. Конечные функции множества, сигма-конечные функции множества, конечно-аддитивные функции множества, сигма-аддитивные функции множества (= счетно-аддитивные функции множества), конечно-полуаддитивные функции множества, сигма-полуаддитивные функции множества (= счетно-полуаддитивные функции множества), неотрицательные функции множества, монотонные функции множества, непрерывные сверху и снизу функции множества, непрерывные функции множества. Меры.

Общие свойства аддитивных функций множества. Свойства аддитивных функций множества, заданных на полукольце и кольце.

Тема 2. Продолжение меры

Продолжение меры с полукольца на порожденное полукольцом кольцо. Внешняя мера. Измеримые по Каратеодори множества. Теорема Каратеодори. Полные меры. Измеримость множеств исходного кольца. Единственность продолжения. Теорема о приближении. Измеримое пространство, пространство с мерой, вероятностное пространство.

Модуль 3. Теория функций ограниченной вариации вещественного аргумента

Тема 1. Функции вещественной переменной с ограниченной вариации

Определение функции ограниченной вариации вещественного аргумента со значениями в метрическом пространстве. Свойства отображений ограниченной вариации.

Тема 2. Вещественны функции вещественной переменной с ограниченной вариации

Монотонные функции. Дифференцируемость монотонной функции. Абсолютно непрерывные функции. Вещественные функции ограниченной вариации вещественного аргумента. Критерий ограниченности полной вариации. Функции скачков и ее свойства. Дифференцирование и интеграл. Принцип выбора Хелли.

Модуль 4. Теория меры напрямую

Тема 1. Мера Стильеса и Бореля-Стилтьеса

Мера Стильеса. Мера Бореля-Стилтьеса.

Тема 2. Мера Стильеса-Лебега

Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Основные классы множеств, их свойства и структура

Тема 1. Основные классы множеств

Нижний и верхний предел множеств, предел множеств. Кольцо, полукольцо и алгебра множеств. Сигма-кольцо и сигма-алгебра множеств. Монотонные классы.

Измеримое пространство и измеримые функции.

Тема 2. Порожденные классы множеств

Минимальное кольцо, минимальная алгебра, минимальное сигма-кольцо, минимальная сигма-алгебра, минимальный монотонный класс содержащий данное семейство множеств. Теоремы о монотонном и сигма-кольце, порожденных кольцом. Борелевские множества и борелевская сигма-алгебра топологического пространства.

Модуль 2. Конечно и счетно-аддитивные функции множества и их свойства

Тема 1. Функции множества. Меры.

Функция множества. Конечные функции множества, сигма-конечные функции множества, конечно-аддитивные функции множества, сигма-аддитивные функции множества (= счетно-аддитивные функции множества), конечно-полуаддитивные функции множества, сигма-полуаддитивные функции множества (= счетно-полуаддитивные функции множества), неотрицательные функции множества, монотонные функции множества, непрерывные сверху и снизу функции множества, непрерывные функции множества. Меры.

Общие свойства аддитивных функций множества. Свойства аддитивных функций множества, заданных на полукольце и кольце.

Тема 2. Продолжение меры

Продолжение меры с полукольца на порожденное полукольцом кольцо. Внешняя мера. Измеримые по Каратеодори множества. Теорема Каратеодори. Полные меры. Измеримость множеств исходного кольца. Единственность продолжения. Теорема о приближении. Измеримое пространство, пространство с мерой, вероятностное пространство.

Модуль 3. Теория функций ограниченной вариации вещественного аргумента

Тема 1. Функции вещественной переменной с ограниченной вариации

Определение функции ограниченной вариации вещественного аргумента со значениями в метрическом пространстве. Свойства отображений ограниченной вариации.

Тема 2. Вещественные функции вещественной переменной с ограниченной вариации

Монотонные функции. Дифференцируемость монотонной функции. Абсолютно непрерывные функции. Вещественные функции ограниченной вариации вещественного аргумента. Критерий ограниченности полной вариации. Функции скачков и ее свойства. Дифференцирование и интеграл. Принцип выбора Хелли.

Модуль 4. Теория меры напрямую

Тема 1. Мера Стильеса и Бореля-Стилтьеса

Мера Стильеса. Мера Бореля-Стилтьеса.

Тема 2. Мера Стильеса-Лебега

Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *мера, интеграл и производная* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Для обеспечения самостоятельной работы магистров использовать учебное пособие

- 1) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 2) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Функции с ограниченной вариацией. Интеграл Стильтьеса и его приложения*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 2008.
- 3) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. *Аддитивные функции множества и смежные вопросы*. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.

Задания для самостоятельной работы

1. Структуры и свойства минимальных классов, порожденных полукольцом.
2. Произведение систем множеств. Кольцо, σ -кольцо в произведении множеств.
3. Нижний и верхний пределы последовательности множеств. Предел последовательности множеств и его свойства.
4. Борелевская σ -алгебра множеств.
5. Определения конечно аддитивной функции множества и ее полной вариации.
6. Свойства аддитивной функции множества.
7. Свойства полной вариации а.ф.м..
8. Определения верхней (= положительной) и нижней (= отрицательной) вариации аддитивной функции множества (а.ф.м.). Теорема Жордана о разложении ограниченной а.ф.м..
9. Введение понятия нуль-множества и его использование в анализе.
10. Свойства положительной а.ф.м..
11. Определение счетно-аддитивной функции множества (=меры = заряда). Пространства с мерой .
12. Свойства σ - а.ф.м..
13. Свойства полной вариации, верхней и нижней вариации для конечной меры.
14. Непрерывность конечной положительной меры.
15. Теорема Хана о разложении вещественной меры.
16. Понятия абсолютной непрерывности, сингулярности а.ф.м. относительно другой а.ф.м. и соответствующие утверждения.
17. Теорема Лебега о разложении σ - а.ф.м..

18. Определение внешней меры и теорема Каратеодори.
19. Лебеговский метод продолжения меры.
20. Теорема Хана о продолжении.
21. Теорема Александра о продолжении регулярной меры.
22. Мера Бореля.
23. Определение функции ограниченной вариации и простейшие свойства полной вариации.
24. Свойства функции ограниченной вариации
25. Неопределенная полная вариация функции и ее свойства.
26. Критерий непрерывности и односторонней непрерывности неопределенной полной вариации.
27. Критерий функции ограниченной вариации.
28. Неопределенные положительная и отрицательная вариации и их свойства.
29. Определение функции скачков и их свойства.
30. Дифференциальные свойства функции ограниченной вариации.
31. Свойства производной неопределенной полной вариации.
32. Абсолютно непрерывные функции и их полные вариации.
33. Критерий абсолютной непрерывности функции (= теорема Лебега).
34. Разложение функции ограниченной вариации на сумму трех компонент.
35. Полнота пространства функций ограниченной вариации.
36. Сходимость в пространстве функций ограниченной вариации.

Рефераты, доклады и задания по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Основные классы множеств, их свойства и структура	
1. Основные классы множеств	Доклад на тему: Пи-классы и лямбда-классы множеств
2. Порожденные классы множеств	Доклад на тему: Приложения теоремы о монотонном классе
Раздел 2. Конечно и счетно-аддитивные функции множества и их свойства	
1. Функции множества. Меры.	Реферат на тему: Основные свойства функций множества.
2. Продолжение мер.	Доклад на тему: Измеримость по Каратеодори
Раздел 3. Теория функций ограниченной вариации вещественного аргумента	
1. Функции вещественной переменной с ограниченной вариации	Доклад на тему: функция скачков.
2. Вещественны функции вещественной переменной с ограниченной вариации	Доклад на тему: Теорема Хелли
Раздел 4. Теория меры на прямой	
1. Меры Стильеса и Бореля-Стильеса	Реферат на тему: Построение меры Лебега в \mathbb{R}^1
2. Мера Стильеса-Лебега	Доклады на темы: 1. Борелевские множества на прямой. 2. Суслинские множества на прямой.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК-1	Знать основные понятия и теоремы теории меры Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории меры Владеть навыками работы с различными классами множеств и аддитивных функций множества для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-2	Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают аддитивные функции множества и интегралы по ним. Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций с использованием теории меры и интеграла. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач на языке теории меры и интеграла.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-1	Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе. Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах. Владеть современными методами теории меры.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-3	Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-5	Знать: важнейшие свойства колец, алгебр, сигма-колец и сигма-алгебр множеств и аддитивных функций. Уметь: свойства функций множеств, заданных на полукольце, кольце или алгебре множеств. Владеть: методами теории множеств и теории меры для определения свойств функций множества.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

ПК-6	Знать: естественнонаучные задачи, сводящиеся к проблемам теории меры и интеграла. Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию задач теории меры и интеграла. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме задач теории меры и интеграла.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-12	Знать на достаточно высоком уровне теорию меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры и интеграла. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры и интеграла.	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать основные понятия и теоремы теории меры</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории меры</p> <p>Владеть навыками работы с различными классами множеств и аддитивных функций множества для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, но допускает некоторые ошибки при формулировках некоторых теорем.</p> <p>Умеет решать простые задачи по теории метрических пространств, но испытывает затруднения при решении задач среднего уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, непрерывных отображений между ними, но допускает некоторые ошибки в доказательстве некоторых теорем.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств среднего уровня сложности, но испытывает затруднения при решении задач высокого уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств, непрерывности отображений.</p>	<p>Знает все определения теории метрических пространств, непрерывных отображений, теории меры и интеграла, изучаемые в предлагаемом курсе.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств; умеет различными методами устанавливать непрерывность отображений.</p> <p>Владеет навыками при установке основных свойств метрических пространств, непрерывности отображений</p>
----------------	--	--	---	---

Высокий	<p>Знать основные понятия и теоремы теории меры</p> <p>Уметь давать сравнительный анализ разных понятий теории меры</p> <p>Владеть навыками работы с различными классами множеств и аддитивных функций множества для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	<p>Знает основные определения и теоремы теории метрических пространств и абстрактной теории меры</p> <p>Умеет решать простые задачи по теории метрических пространств и теории меры и интеграла, но испытывает затруднения при решении задач среднего уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств и свойств функции множества, заданной на определенном классе множеств</p>	<p>Знает основные определения теории метрических пространств, непрерывных отображений между ними, абстрактной теории меры, теории интеграла, но допускает некоторые ошибки доказательстве теорем.</p> <p>Умеет решать задачи по теории метрических пространств и теории меры среднего уровня сложности, но испытывает затруднения при решении задач высокого уровня</p> <p>Владеет навыками при установке простейших свойств метрических пространств, непрерывности отображений, свойств меры и функций множеств.</p>	<p>Знает все определения теории метрических пространств, непрерывных отображений, теории меры и интеграла, изучаемые в предлагаемом курсе, а также понятия и теоремы из дополнительного списка литературы.</p> <p>Умеет свободно решать задачи по теории метрических пространств; умеет различными методами устанавливать непрерывность и другие свойства отображений.</p> <p>Творчески владеет навыками при установке основных свойств метрических пространств, непрерывности отображений</p>
----------------	--	---	---	--

ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью создавать исследовать новые математические модели в естественных науках»

Уровень	Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают аддитивные функции множества и интегралы по ним.</p> <p>Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций с использованием теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач на языке теории меры и интеграла.</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач на языке теории меры и интеграла.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач на языке теории меры и интеграла.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяется теория меры.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач на языке теории меры и интеграла.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>
----------------	--	---	---	--

Высокий	Знать: различные естественнонаучные модели, где возникают аддитивные функции множества и интегралы по ним.	Знает некоторые физические модели, где применяются теория меры, конечно аддитивные функции множества.	Знает физические и биологические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.	Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются метрические пространства и теория меры.
	Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций с использованием теории меры и интеграла.	Умеет создавать математические модели некоторых физических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.	Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.	Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач в виде уравнений в метрическом пространстве с применением теории меры.
	Владеть методами моделирования естественнонаучных задач на языке теории меры и интеграла.	Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений	Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений	Владеет навыками при установке основных математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе»

Уровень	Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>	<p>Знает определения основных классов множеств</p> <p>Умеет устанавливать, неравенство треугольника для норм в этих пространствах.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств классов множеств.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств и доказательства этих свойств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры и интеграла.</p>
	Высокий	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>	<p>Знает определения пространств полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса.</p> <p>Умеет устанавливать, простейшие свойства основных классов множеств.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств основных классов множеств.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>

ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью публично представить собственные новые научные результаты»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p> <p>Уметь доказывать существование или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость предлагаемых функций</p> <p>Владеет простыми методами для установления измеримости функций.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по мере.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по конечно аддитивной функции множества и счетно-аддитивной функции множества, основные свойства интеграла по мере.</p> <p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций, применять теоремы Лебега, Леви и Фату при переходе к пределу под знаком интеграла.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, методами перехода к пределу под знаком предела.</p>
----------------	--	---	---	---

Высокий	<p>Знать формулировки основных теорем о свойствах измеримых множеств и функций, о свойствах интеграла по счетно аддитивной мере.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; основные классы множеств, определение измеримости множества по Лебегу.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по мере, определение абсолютной непрерывности меры, сингулярности меры, теоремы Лебега, Фубини.</p>	<p>Знает определения измеримого пространства, измеримого множества, измеримой функции; знает основные теоремы об основных классах множеств, определение интеграла по конечно аддитивной функции множества и счетно-аддитивной функции множества, основные свойства интеграла по мере, конструкцию меры Лебега в \mathbb{R}^n.</p>
	<p>Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем интегрального исчисления путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеть достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов..</p>	<p>Умеет устанавливать основные свойства заданных классов множеств, измеримость предлагаемых функций</p> <p>Владеет простыми методами для установления измеримости функций, вычисления интегралов Лебега.</p>	<p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, абсолютной непрерывности и сингулярности меры относительно меры Лебега.</p>	<p>Умеет устанавливать измеримость функций, определяемых с помощью различных пределов функций, применять теоремы Лебега, Леви и Фату при переходе к пределу под знаком интеграла, доказывать полноту лебеговых пространств.</p> <p>Владеет основными методами для установления измеримости функций, методами перехода к пределу под знаком предела, методами повторного интегрирования.</p>

ПК-5

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать: важнейшие свойства колец, алгебр, сигма-колец и сигма-алгебр множеств и аддитивных функций.</p> <p>Уметь: свойства функций множеств, заданных на полукольце, кольце или алгебре множеств.</p> <p>Владеть: методами теории множеств и теории меры для определения свойств функций множества.</p>	<p>Знает определения основных классов множеств</p> <p>Умеет устанавливать, неравенство треугольника для норм в этих пространствах.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств классов множеств.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства метрических пространств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства основных классов множеств и доказательства этих свойств, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства основных классов множеств, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры и интеграла.</p>
Высокий	<p>Знать: важнейшие свойства колец, алгебр, сигма-колец и сигма-алгебр множеств и аддитивных функций.</p> <p>Уметь: свойства функций множеств, заданных на полукольце, кольце или алгебре множеств.</p> <p>Владеть: методами теории множеств и теории меры для определения свойств функций множества.</p>	<p>Знает определения пространств полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса.</p> <p>Умеет устанавливать, простейшие свойства основных классов множеств.</p> <p>Владеть простыми методами установки свойств основных классов множеств.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры.</p>	<p>Знать определения и важнейшие свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применяемых в современном анализе.</p> <p>Уметь анализировать свойства полукольца, кольца, алгебры, сигма-кольца, сигма-алгебра и монотонного класса, применять их в прикладных задачах.</p> <p>Владеть современными методами теории меры и интеграла.</p>

ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Базовый	<p>Знать: естественнонаучные задачи, сводящиеся к проблемам теории меры и интеграла.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию задач теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме задач теории меры и интеграла..</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>
Высокий	<p>Знать: естественнонаучные задачи, сводящиеся к проблемам теории меры и интеграла.</p> <p>Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию задач теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме задач теории меры и интеграла.</p>	<p>Знает некоторые физические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических явлений</p>	<p>Знает физические и биологические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических и биологических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке простейших математических свойств моделей некоторых физических и биологических явлений</p>	<p>Знает физические, биологические и экономические модели, где применяются интеграл и производная.</p> <p>Умеет создавать математические модели некоторых физических, биологических и экономических задач на языке интегралов и производных.</p> <p>Владеет навыками при установке основных математических свойств моделей некоторых физических, биологических и экономических явлений</p>

ПК-12

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики»

Уровень	Показатели (чтообучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Базовый	<p>Знать на достаточно высоком уровне теорию меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры и интеграла.</p>	<p>Слабо знает курс теории меры и интеграла по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Допускает ошибки в оценке объема материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; в связях между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>Слабо владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной.</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне курс теории меры и интеграла по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>Владеет в определенной степени методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной.</p>	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс теории меры и интеграла по программе бакалавриата для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной.</p>

Высокий	<p>Знать на достаточно высоком уровне теорию меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры и интеграла.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры и интеграла.</p>	<p>Слабо знает курс теории меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Допускает ошибки в оценке объема материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; в связях между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>Слабо владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной.</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне курс теории меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>Владеет в определенной степени методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной.</p>	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс теории меры, интеграла и производной по программе магистратуры для факультета математики и компьютерных наук ДГУ.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики теории меры, интеграла и производной.</p> <p>В полной мере владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела теории меры, интеграла и производной и может творчески их использовать.</p>
----------------	---	--	---	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Нижний и верхний пределы последовательности множеств. Предел последовательности множеств и его свойства.
2. Борелевская σ – алгебра множеств.
3. Определения конечно аддитивной функции множества и ее полной вариации.
4. Свойства аддитивной функции множества.
5. Свойства полной вариации а.ф.м..

6. Определения верхней (= положительной) и нижней (= отрицательной) вариации аддитивной функции множества (а.ф.м.). Теорема Жордана о разложении ограниченной а.ф.м..
7. Введение понятия нуль-множества и его использование в анализе.
8. Свойства положительной а.ф.м..
9. Определение счетно-аддитивной функции множества (=меры = заряда). Пространства с мерой .
10. Свойства σ - а.ф.м..
11. Свойства полной вариации, верхней и нижней вариации для конечной меры.
12. Непрерывность конечной положительной меры.
13. Теорема Хана о разложении вещественной меры.
14. Понятия абсолютной непрерывности, сингулярности а.ф.м. относительно другой а.ф.м. и соответствующие утверждения.
15. Теорема Лебега о разложении σ - а.ф.м..
16. Определение внешней меры и теорема Каратеодори.
17. Лебеговский метод продолжения меры.
18. Теорема Хана о продолжении.
19. Теорема Александрова о продолжении регулярной меры.
20. Мера Бореля.
21. Определение функции ограниченной вариации и простейшие свойства полной вариации.
22. Свойства функции ограниченной вариации
23. Неопределенная полная вариация функции и ее свойства.
24. Критерий непрерывности и односторонней непрерывности неопределенной полной вариации.
25. Критерий функции ограниченной вариации.
26. Неопределенные положительная и отрицательная вариации и их свойства.
27. Определение функции скачков и их свойства.
28. Дифференциальные свойства функции ограниченной вариации.
29. Свойства производной неопределенной полной вариации.
30. Абсолютно непрерывные функции и их полные вариации.
31. Критерий абсолютной непрерывности функции (= теорема Лебега).
32. Разложение функции ограниченной вариации на сумму трех компонент.
33. Полнота пространства функций ограниченной вариации.

Примерные контрольные работы

Вариант 1.

1. Показать, что неотрицательная, аддитивная и сигма-полуаддитивная функция множества, заданная на кольце есть мера на этом кольце.
2. Доказать, что система всех подмножеств произвольного фиксированного множества является сигма-алгеброй.
3. Найдите полную вариацию функции $y = \frac{1}{5}(4x^3 - x^4)$ на отрезке $[a, b]$.
4. Доказать, что система всех интервалов (включая пустой) на числовой прямой не является полукольцом.

5. Пусть R – кольцо. Доказать, что если мы возьмём симметрическую разность в качестве сложения и пересечение в качестве умножения, то R будет коммутативным кольцом в алгебраическом смысле, причем нулем этого кольца является пустое множество.

6. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} 1, & x \neq \frac{1}{n}, \\ -x^2, & x = \frac{1}{n} \end{cases}$ интегрируема по Лебегу на $[0, 1]$ и

найдите $(L) \int_0^1 f(x) dx$.

Вариант 2.

1. Доказать, что неотрицательная, аддитивная и непрерывная снизу на кольце функция множества есть мера на этом кольце.

2. Доказать, что система \mathcal{B} всех конечных подмножеств заданного множества A является кольцом.

3. Найдите полную вариацию функции $y = \sin 2x - \cos x$ на отрезке $[0, \pi]$.

4. Доказать, что система всех отрезков (с добавлением пустого множества) на числовой прямой не является полукольцом.

5. Построить систему множеств, которая замкнута относительно операций пересечения и объединения, но не является даже полукольцом.

6. Докажите, что функция $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in I \cap [1; 2], \\ 2x, & x \in I \cap [0; 1], \\ \sin x, & x \in Q \end{cases}$ интегрируема по Лебегу на

$[0, 2]$ и найдите $(L) \int_0^2 f(x) dx$.

Вопросы для самостоятельной работы

1. Структуры и свойства минимальных классов, порожденных полукольцом.
2. Произведение систем множеств. Кольцо, σ -кольцо в произведении множеств.
3. Нижний и верхний пределы последовательности множеств. Предел последовательности множеств и его свойства.
4. Борелевская σ -алгебра множеств.
5. Определения конечно аддитивной функции множества и ее полной вариации.
6. Свойства аддитивной функции множества.
7. Свойства полной вариации а.ф.м..
8. Определения верхней (= положительной) и нижней (= отрицательной) вариации аддитивной функции множества (а.ф.м.). Теорема Жордана о разложении ограниченной а.ф.м..
9. Введение понятия нуль-множества и его использование в анализе.
10. Свойства положительной а.ф.м..
11. Определение счетно-аддитивной функции множества (=меры = заряда). Пространства с мерой.

12. Свойства σ - а.ф.м..
13. Свойства полной вариации, верхней и нижней вариации для конечной меры.
14. Непрерывность конечной положительной меры.
15. Теорема Хана о разложении вещественной меры.
16. Понятия абсолютной непрерывности, сингулярности а.ф.м. относительно другой а.ф.м. и соответствующие утверждения.
17. Теорема Лебега о разложении σ - а.ф.м..
18. Определение внешней меры и теорема Каратеодори.
19. Лебеговский метод продолжения меры.
20. Теорема Хана о продолжении.
21. Теорема Александрова о продолжении регулярной меры.
22. Мера Бореля.
23. Определение функции ограниченной вариации и простейшие свойства полной вариации.
24. Свойства функции ограниченной вариации
25. Неопределенная полная вариация функции и ее свойства.
26. Критерий непрерывности и односторонней непрерывности неопределенной полной вариации.
27. Критерий функции ограниченной вариации.
28. Неопределенные положительная и отрицательная вариации и их свойства.
29. Определение функции скачков и их свойства.
30. Дифференциальные свойства функции ограниченной вариации.
31. Свойства производной неопределенной полной вариации.
32. Абсолютно непрерывные функции и их полные вариации.
33. Критерий абсолютной непрерывности функции (= теорема Лебега).
34. Разложение функции ограниченной вариации на сумму трех компонент.
35. Полнота пространства функций ограниченной вариации.
36. Сходимость в пространстве функций ограниченной вариации.

Вопросы к экзамену по дисциплине

1. Основные системы множеств. Минимальные классы множеств, содержащие данную систему множеств.
2. Структуры и свойства минимальных классов, порожденных полукольцом.
3. Произведение систем множеств. Кольцо, σ - кольцо в произведении множеств.
4. Нижний и верхний пределы последовательности множеств. Предел последовательности множеств и его свойства.
5. Борелевская σ – алгебра множеств.
6. Определения конечно аддитивной функции множества и ее полной вариации.
7. Свойства аддитивной функции множества.
8. Свойства полной вариации а.ф.м..
9. Определения верхней (= положительной) и нижней (= отрицательной) вариации аддитивной функции множества (а.ф.м.). Теорема Жордана о разложении ограниченной а.ф.м..
10. Введение понятия нуль-множества и его использование в анализе.
11. Свойства положительной а.ф.м..

12. Определение счетно-аддитивной функции множества (=меры = заряда).
Пространства с мерой .
13. Свойства σ - а.ф.м..
14. Свойства полной вариации, верхней и нижней вариации для конечной меры.
15. Непрерывность конечной положительной меры.
16. Теорема Хана о разложении вещественной меры.
17. Понятия абсолютной непрерывности, сингулярности а.ф.м. относительно другой а.ф.м. и соответствующие утверждения.
18. Теорема Лебега о разложении σ - а.ф.м..
19. Определение внешней меры и теорема Каратеодори.
20. Лебеговский метод продолжения меры.
21. Теорема Хана о продолжении.
22. Теорема Александрова о продолжении регулярной меры.
23. Мера Бореля.
24. Определение функции ограниченной вариации и простейшие свойства полной вариации.
25. Свойства функции ограниченной вариации
26. Неопределенная полная вариация функции и ее свойства.
27. Критерий непрерывности и односторонней непрерывности неопределенной полной вариации.
28. Критерий функции ограниченной вариации.
29. Неопределенные положительная и отрицательная вариации и их свойства.
30. Определение функции скачков и их свойства.
31. Дифференциальные свойства функции ограниченной вариации.
32. Свойства производной неопределенной полной вариации.
33. Абсолютно непрерывные функции и их полные вариации.
34. Критерий абсолютной непрерывности функции (= теорема Лебега).
35. Разложение функции ограниченной вариации на сумму трех компонент.
36. Полнота пространства функций ограниченной вариации.
37. Сходимость в пространстве функций ограниченной вариации.
38. Условия сходимости последовательности функций ограниченной вариации к функции ограниченной вариации.
39. Условия поточечной сходимости последовательности функций ограниченной вариации к функции ограниченной вариации.
40. Принцип выбора Э.Хелли.
41. Меры Бореля-Стилтьеса и Лебега- Стилтьеса.
42. Характеристика борелевских мер.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,

- участие на практических занятиях - 20 баллов,
 - коллоквиум – 30 баллов,
 - выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.
- Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная литература:

- 1) Колмогоров А., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М. : Наука, 1976.
- 2) Рудин У. Основы математического анализа.изд 2.-М.:Мир, 1976.
- М.: Наука 1965.
- 3) Кириллов А.А.Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.:Наука, 1979.
- 4) Федоров В.М. Теория функций и функционального анализа ч.1, - М.: изд. МГУ, 2000.
- 5) Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
- 6)Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
- 7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Функции с ограниченной вариацией. Интеграл Стильтеса и его приложения*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 2008.
- 8) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
- 9) Богачев В.И. Основы теории меры. Том 1. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003, 544стр.

Дополнительная литература:

- 1) Данфорд Н., Шварц Дж.. Линейные операторы. Общая теория. – М.: ИЛ , 1962.
- 2) Халмош П. Теория меры. – М.: ИЛ, 1953.
- 3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н. и др. Действительный анализ в задачах. М.: ФИЗМАТЛИТ 2005 416 стр.
- 4) Богачев В.И. Основы теории меры. Том 2. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003, 544стр.

Задачники:

- 1)Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
- 2) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984.
- 3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.

4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» Наука 2002

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<p>Студентам:</p> <ul style="list-style-type: none"> - запустить установленный у Вас математический пакет выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; <p>Преподавателям:</p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. <p>Всем заинтересованным пользователям:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. 2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Мера, интеграл и производная» является вариативной частью, изучаемых будущими магистрами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;

- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа дисциплины *мера, интеграл и производная* распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1) Колмогоров А., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М. : Наука, 1976.
- 2) Рудин У. Основы математического анализа. изд 2.-М.:Мир, 1976.
- М.: Наука 1965.

- 3) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.:Наука, 1979.
 - 4) Федоров В.М. Теория функций и функционального анализа ч.1, - М.: изд. МГУ, 2000.
 - 5) Богачев В. И., Смолянов О. Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. – М.-Ижевск: НИЦ РХД, 2009. – 724с.
 - 6) Магомедов Г.А., Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Основы теории меры*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 1997.
 - 7) Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. *Функции с ограниченной вариацией. Интеграл Стильеса и его приложения*. Мах-ла: ИПЦ ДГУ, 2008.
 - 8) Рагимханов Р.К., Рамазанов А.-Р.К., Рагимханов В.Р. Аддитивные функции множества и смежные вопросы. Учебное пособие - Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
 - 9) Богачев В.И. Основы теории меры. Том 1. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003, 544стр.
 - 10) Дерр В. Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения. – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
- Решать задачи и упражнения из учебных пособий
- 1) Дерр В. Я. «Функциональный анализ: лекции и упражнения». – М.: КНОРУС, 2013. – 464 с.
 - 2) Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука, 1988.
 - 3) Ульянов П.Л., Бахвалов А.Н., Дьяченко М.И., Казарян К.С., Сифуэнтес П. Действительный анализ в задачах. М., 2005.
 - 4) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» Наука 2002

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки
 Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Дерр В. Я. Теория функций действительной переменной. Лекции и упражнения. – М.: Высш. шк., 2008. – 384 с.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по предмету рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.