

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Теория чисел**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

**01.03.01 - Математика**

Профиль подготовки

**Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

Форма обучения


**очная**

Статус дисциплины: *базовая*

Махачкала - 2017

Рабочая программа дисциплины: Теория чисел  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень  
бакалавриат)  
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

Разработчик: к. ф.-м.н., доцент Ашурбеков Казим Джафарович

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6  
Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением



## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## **Аннотация рабочей программы дисциплины.**

Дисциплина «Теория чисел» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриат)

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ПК-3, ПК-4, ПК-5**.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета**.

Объем дисциплины 2 зачетных единиц, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
1	72	18	-	18	-	-	36	зачет

### **1. Цели освоения дисциплины.**

**Целями** освоения дисциплины теории чисел является изучение студентами основных понятий, определений, функций (числовых) теории чисел, методов решения задач теории чисел.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.**

Дисциплина «Теория чисел» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению (специальности) ) 01.03.01 - Математика (уровень бакалавриат)

Теория чисел являются одними из начальных разделов современной математики и играют важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы теории чисел находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей	<p><b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса теории чисел, основные теоремы (о каноническом разложении числа, теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона и др., представления для основных, простейших функций теории чисел <math>\varphi(n), \tau(n), s(n), n![x], \{x\}, \mu(d)</math>.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по теории чисел, находить НОД, НОК, используя алгоритм Евклида, разлагать число в цепную дробь, решать простые сравнения и системы сравнений с одним неизвестным и задачи, сводящиеся к ним; иметь представление об арифметике целых чисел, об основных целочисленных функциях, о кольце классов вычетов по модулю <math>m</math>, сравнениях и системах сравнений в этих кольцах.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками нахождения</p>

	<p>профессиональной деятельности.</p>	<p>канонического разложения числа, его разложения в непрерывную дробь, использования теории сравнений в проблемах арифметики (признаки делимости на числа 2, 3, 5, 7, 9, 11 и др.) и прикладных задачах; навыки осуществления операций в конечных кольцах; владеть, иметь опыт работы в конечных полях <math>Z_p</math> и кольцах <math>Z_m</math>, их использование в теории информации и кодирования.</p>
ПК-3	<p>способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .</p>	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою.  <b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.  <b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>
ПК-4	<p>способность публично представлять собственные и известные научные результаты .</p>	<p><b>Знать:</b> основные направления развития теории чисел, а также других математических дисциплин.  <b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач на практике; использовать приложения теории для решения разнообразных задач математики.  <b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами задач теории чисел; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ решения практических задач.</p>

ПК-5	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач .	<p><b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по теории чисел до широкой ученической аудитории.</p> <p><b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>
------	---	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 академических часа.

#### 4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Раздел Дисциплины	Семестр	Всего	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лек.	Практ.	Сам.раб.	
	<b>Модуль I.</b> Теория делимости и функции теории чисел						
1	Раздел 1. Теория делимости и функции теории чисел	1	<b>36</b>	10	8	18	Коллоквиум Контроль. раб.
	<b>Модуль II.</b> Теория сравнений						
2	Раздел 2. Теория	1	<b>36</b>	8	10	18	Опрос,

сравнений						проверка конспектов лекций
Итоговый контроль						<i>Зачет</i>
<b>Итого</b>		<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	

**4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).  
Распределение часов по темам и видам учебной работы**

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Всего часов	Виды учебных занятий		
			Аудиторные занятия, в том числе		Самостоятельная работа
			лекции	практ. занятия	
<b>Модуль I. Теория делимости и функции теории чисел.</b>	1				
<b>Раздел 1. Теория делимости и функции теории чисел.</b>	1	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>8</b>	<b>18</b>
1. Отношения делимости в $Z$ .	1	10	2	2	6
2. Важнейшие функции теории чисел.	1	12	4	2	6
3. Непрерывные дроби.	1	14	4	4	6
<b>Модуль II. Теория сравнений.</b>	1				
<b>Раздел 2. Теория сравнений.</b>	1	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>
1. Сравнения с одним неизвестным. Свойства сравнений.	1	12	3	3	6
2. Решение сравнений первой степени.	1	12	3	3	6
3. Сравнения второй степени.	1	12	2	4	6
<b>Итоговый контроль</b>	1				<b>зачет</b>
<b>ИТОГО:</b>	1	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>

**1 семестр.**

**Содержание модуля 1.**

**Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел (10 ч.).**

**Раздел 1. Теория делимости и функции теории чисел.**

*Тема 1. Отношение делимости в  $Z$  ( 2 ч.)*

1. Общие основы теории чисел. Метод математической индукции.
2. НОД и НОК.
3. Простые и взаимно простые числа.
4. Теорема Евклида.

*Тема 2. Важнейшие функции теории чисел ( 4 ч.)*

1. Функции  $[x]$  и  $\{x\}$ . Мультипликативные функции.
2. Функции суммы и числа делителей натурального числа.
3. Функции Эйлера, Мёбиуса и Чебышева.

*Тема 3. Непрерывные дроби ( 4 ч.).*



1. Конечные цепные дроби.
2. Бесконечные цепные дроби.
3. Подходящие дроби и их свойства.

## **Модуль 2. Теория сравнений (8 ч.).**

### **Раздел 2. Теория сравнений.**

#### *Тема 1. Сравнения с одним неизвестным. Свойства сравнений (3 ч.)*

1. Сравнения. Свойства сравнений.
2. Полная и приведенная системы вычетов. Теорема Ферма и Вильсона.

#### *Тема 2. Решение сравнений первой степени (3 ч.)*

1. Сравнения с одним неизвестным.
2. Решение сравнений методом Эйлера и методом подходящих дробей.
3. Китайская теорема об остатках.

#### *Тема 3. Сравнения второй степени (2 ч.).*

1. Сравнения любой степени по простому модулю.
2. Сравнение любой степени по составному модулю.
3. Сравнение второй степени. Символ Лежандра. Символ Якоби.

## **Практические занятия (18 ч.)**

### **Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел (8 ч.).**

#### **Раздел 1. Теория делимости и функции теории чисел.**

##### *Тема 1. Отношение делимости в $\mathbb{Z}$ (2 ч.)*

1. Метод математической индукции.
2. НОД и НОК.
3. Простые и составные числа.
4. Алгоритм Евклида.

##### *Тема 2. Важнейшие функции теории чисел (2 ч.)*

4. Функции  $[x]$  и  $\{x\}$ . Мультипликативные функции.
5. Функции Эйлера и Мёбиуса
6. Функции Чебышева.

##### *Тема 3. Непрерывные дроби (4 ч.).*

1. Разложение обыкновенной дроби в конечную цепную.
2. Подходящие дроби и их свойства.

## Модуль 2. Теория сравнений (10 ч.) .

### Раздел 2. Теория сравнений.

#### *Тема 1. Сравнения с одним неизвестным. Свойства сравнений ( 3 ч.)*

2. Свойства сравнений.
3. Нахождение остатка от деления больших чисел.

#### *Тема 2. Решение сравнений первой степени ( 3 ч.)*

1. Упрощение сравнений с одним неизвестным.
2. Решение сравнений методом Эйлера и методом подходящих дробей.
3. Решение систем сравнений первой степени.

#### *Тема 3. Сравнения второй степени ( 4 ч.)*

1. Сравнение второй степени.
2. Символ Лежандра и его свойства. Квадратичный закон взаимности.

### **5. Образовательные технологии.**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
<i>Раздел 1. Теория делимости и функции теории чисел.</i>		
Тема 1. Отношение делимости в	Доклады на тему: 1. Теорема Евклида. 2. Простые и взаимно-простые числа.	[3], [7]
Тема 2. Важнейшие функции теории	Доклады на тему:	

чисел.	1.Мультипликативные функции. 2.Функции Эйлера, Мёбиуса и Чебышева.	[1], [6]
Тема 3. Непрерывные дроби.	Доклады на тему: 1. Конечные цепные дроби. 2. Бесконечные цепные дроби. 3. Подходящие дроби и их свойства.	[2], [6]
<b>Раздел 2. Теория сравнений.</b>		
Тема 1. Сравнения с одним неизвестным. Свойства сравнений.	Доклады на тему: 1.Сравнения. Свойства сравнений. 2. Теорема Ферма и Вильсона.	[2], [7]
Тема 2. Решение сравнений первой степени.	Доклады на тему: 1.Решение сравнений методом Эйлера. 2. Китайская теорема об остатках.	[2], [6]
Тема 3. Сравнения второй степени.	Доклады на тему: 1. Сравнения второй степени 2. Символ Лежандра. 3. Символ Якоби.	[5], [7]

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

**Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.**

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса теории чисел.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по теории чисел.	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> алгоритмом Евклида, методами решения диофантовых уравнений, решением задач на числовые функции, решением сравнений.	Круглый стол.
ПК-3	<b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дискретная математика.	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-4	<b>Знать:</b> основные направления развития	Устный опрос,

	теории чисел, а также других математических дисциплин.	письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач теории чисел.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения общих задач теории чисел.	Круглый стол
ПК-5	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по теории чисел до широкой ученической аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

**ОПК-1 -Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

	ать)			
Порогов ый	<p><b>Знать:</b> принципы функционирования профессионального коллектива, понимать роль корпоративных норм и стандартов.</p> <p><b>Уметь:</b> работать в коллективе, эффективно выполнять задачи профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами взаимодействия с сотрудниками, выполняющими различные профессиональные задачи и обязанности.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ учащегося, приводя собственные примеры

**ПК-3 - способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Порогов ый	<p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной</p>	Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования	Демонстрирует знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования	Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает принятые

	<p>деятельности.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности.</p>	<p>вания профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>профессиональной деятельности.</p> <p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p> <p>Владеет системой отбора содержания обучения в соответствии с намеченными целями самообразования, но при выборе методов и приемов не полностью учитывает условия и личностные возможности овладения этим содержанием.</p>	<p>решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	---	---	---

**ПК-4 – способность публично представлять собственные и известные научные результаты .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные направления и методы статистической обработки результатов исследований; основные типы задач и методы их решения.</p> <p><b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) статистической обработки результатов исследований; распознавать методы их решения; применять известные методы решения задач по теории</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает суть общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p>

	<p>чисел, практических задач из физики и химии.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами решения задач по теории чисел, альтернативными способами решения задач из смежных разделов.</p>	<p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным химическим дисциплинам</p>	<p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	--	---	--

**ПК-5 - Способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные направления и методы решения задач по теории чисел, основные приемы, алгоритмы решения задач.</p> <p><b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм)</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи</p>



	<p>решения задач из смежных разделов, использовать приложения важнейших функций теории чисел.</p> <p><b>Владеть:</b> процедурой (алгоритмом) решения задач исследовать результат исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения задач из смежных дисциплин, анализировать методы и приемы решения и выбирать наиболее оптимальный способ решения задач.</p>	<p>базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным химическим дисциплинам</p>	<p>нные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	--	---	---

### 7.3. Примерные контрольные работы

#### Вариант 1

1. Решить уравнение в целых числах

а)  $41x + 144y + 5 = 0$ ;

б)  $84x - 71y = 39$ .

2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:

$(2646, 4312) =$

3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные

$$\frac{a}{b} = [2; 1; 3; 2; 1; 3]$$

4. Найти целые числа  $x, y$ , если 
$$\begin{cases} x + y = 667; \\ \frac{[x, y]}{(x, y)} = 120 \end{cases}$$

*Вариант 2*

1. Решить уравнение в целых числах

а)  $37x + 13y = 1000$ ;

б)  $38x + 117y = 209$

2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:

$(5775, 7056) =$

3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные

$\frac{a}{b} = [2; 5; 1; 3; 2; 1]$

4. Найти целые числа  $x, y$ , если  $[x, y] = 975, \frac{x}{(x, y)} \frac{y}{(x, y)} = 18$ .

**Тесты**

*Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел*

1. НОД чисел 6188 и 4709 равен

а) 17

б) 7, 13, 11

2. НОД чисел 540, 360, 240, 204 равен

а) 12

б) 6; 3; 4

Число  $a = 13127$  при делении на  $b > 0$  дало в частном  $q = 121$ .  $b$  и остаток  $r$  равны

а) 108, 59;

б) 110, 59; 107, 59; 108, 58

3. Наибольший общий делитель чисел 18900 и 64680 равен

а) 420;

б) 410; 430; 425

4. НОД (71004, 154452) равен

а) 732;

б) 723; 734; 742

5. НОД (299, 391) равен

а) 23;

б) 21; 27; 17

6. НОК (343, 147) равен;

а) 49;

б) 51; 37; 48

7. НОД чисел 816 и 323 равен

а) 17;

б) 13, 19, 21

8. НОД (343, 147) равно  
 а) 1029;  
 б) 1031; 1027; 1033
9. НОД (12, 18, 21) равен  
 а) 252;  
 б) 248; 254; 238
10. Решением уравнения  $57x - 37y = 3$  является  
 а) 39, 60;  
 б) 13, 15; 41, 62; 17, 23
11. Остаток при делении 24 на 5 равен  
 а) 4;  
 б) 6
12. Остаток при делении -24 на 5 равен  
 а) 1;  
 б) 3
13. 11 является делителем чисел  
 а) 43274; 12276;  
 б) 43271; 32271
14. 9 является делителем чисел  
 а) 1233; 7812;  
 б) 6785; 3226
15. 3 входит в каноническое разложение числа  $21!$  в степени  
 а) 9;  
 б) 10; 8; 11
16. 7 входит в каноническое разложение числа  $40!$  в степени  
 а) 5;  
 б) 4; 3; 6
18. Количество различных делителей у числа 60 равно  
 а) 12;  
 б) 7; 10; 14
19. НОД (6188, 4709) равен  
 а) 17;  
 б) 9; 11; 2
20. У непрерывной дроби  $(2; 1, 3, 4, 2)$  третья подходящая дробь равна  
 а)  $\frac{11}{4}$ ;  
 б)  $\frac{5}{3}$ ; 3;  $\frac{9}{4}$
21. У непрерывной дроби  $(2; 3, 1, 2)$  третья подходящая дробь равна  
 а)  $\frac{9}{4}$ ;  
 б)  $\frac{5}{3}$ ; 3;  $\frac{7}{2}$
22. У непрерывной дроби  $(3; 5, 7, 2, 15)$  между второй подходящей дробью и третьей имеется неравенство  
 а)  $\delta_3 < \delta_2$ ;  
 б)  $\delta_2 < \delta_3$ ;  $\delta_2 \geq \delta_3$ ;  $\delta_2 \leq \delta_3$

23. У непрерывной дроби  $(5; 1, 1, 1, 1)$  между третьей и четвертой подходящими дробями имеется неравенство

a)  $\delta_3 < \delta_4$ ;

b)  $\delta_3 > \delta_4$ ;  $\delta_3 \leq \delta_4$ ;  $\delta_3 \geq \delta_4$

24. Числители трех соседних подходящих дробей связаны равенствами;

a)  $P_s = q_s P_{s-1} + P_{s-2}$ ;

b)  $P_s = q_{s-1} P_{s-1} + P_{s-2}$ ;  $P_s = P_{s-1} + q_{s-2} P_{s-2}$ ;  $P_s = P_{s-1} + q_{s-1} P_{s-2}$

### Модуль 2- Теория сравнений

1. Квадрат всякого нечетного числа сравним по модулю 8 с числами

a) 1;

b) -1; 3; -3

2. Умножая на 7 приведенную последовательность наименьших положительных вычетов по модулю 10, получим последовательность

a) 7,1,9,3;

b) 7,3,9,1; 7,9,1,3; 7,1,3,9

3. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

4.  $10^{98} \pmod{97}$  по теореме Ферма сравнимо с

a) 3;

b) 2; 4; 5

5.  $8^{50} \pmod{35}$  по теореме Эйлера сравнимо с числом

a) 29;

27; 28; 30

6.  $\varphi(110) = 40$  и по теореме Эйлера  $5^{202} \pmod{110}$  сравнимо с

a) 25;

b) 26; 24; 27

7. Наименьшие положительные значения  $k$ , при которых  $a^k \equiv 1 \pmod{m}$ , для вычетов  $a = 2, 3, 4, 5$  при  $m = 7$  соответственно равны

a) 3; 6; 3; 6;

b) 1.  $a = 2$ , 2.  $a = 3$ , 3.  $a = 4$ , 4.  $a = 5$ ;

8. Наименьшая положительная степень, при которой  $3^k \equiv 1 \pmod{11}$  равна

a) 6;

b) 7; 8; 10

9. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

10. Согласно теореме Вильсона имеем

a)  $3 \nmid 2!+1$ ;  $5 \nmid 4!+1$ ;  $7 \nmid 6!+1$ ;  $11 \nmid 10!+1$ ;

б)  $4 \mid 3!+1; 5 \mid 4!+1; 6 \mid 5!+1; 7 \mid 6!+1; 4 \mid 3!+1; 5 \mid 4!+1; 6 \mid 5!+1; 7 \mid 6!+1;$   
 $4 \mid 3!+1; 5 \mid 4!+1; 6 \mid 5!+1; 7 \mid 6!+1$

11. Установить делимость числа  $a = 86778$  на числа 3,5,9,11

а)  $3 \mid a, 5 \mid a, 9 \mid a, 11 \nmid a$

б)  $3 \mid a, 5 \mid a, 9 \mid a, 11 \nmid a; 3 \nmid a, 5 \mid a, 9 \mid a, 11 \nmid a; 3 \nmid a, 5 \nmid a, 9 \mid a, 11 \nmid a$

12. Остаток от деления числа  $122 \cdot 123 \cdot 125 \cdot 127$  на 11 равен

а) 4;

б) 5; 6; 3

13. В приведенную систему вычетов по модулю 10 входит последовательность

а) 1,3,7,9;

б) 2,3,5,7; 3,15,7,9; 2,3,5,9

14. Полную систему вычетов по модулю 6 образует последовательность

а) 0,1,2,9,4,5; 0,1,14,9,10,11

б) 0,1,2,3,4,10; 0,1,2,3,13,5

15. Приведенная система вычетов по модулю 60 по мощности равна

а) 16;

б) 14 ;18; 15

16. Умножая на 3 полную систему вычетов по модулю 6, приходим к последовательности

а) 3,6,3,6,3,6;

б) 3,6,2,5,3,6; 3,6,4,2,3,6; 3,6,2,6,3,6

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

а) *основная литература:*

- 1.Виноградов И.М. Основы теории чисел. С.–Пб.: Лань, 2003.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. С.–Пб.: Лань, 2009.
3. Шидловский А.Б. Диафантовые приближения и трансцендентные числа. М.: Изд-во МГУ, 1982.
4. Хинчин А.Я. Цепые дроби. М.: Физматгиз, 1981.
5. Михелович Ш.Х. Теория чисел. Издательство «Высшая школа»,Москва,1967.
6. Сизый С.В. Лекции по теории чисел. Москва. Физматлит. 2007.

**б) дополнительная литература:**

1. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. Айерлэд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. - М.: Мир, 1987.
3. Джоунс У., Трон В. Непрерывные дроби: аналитическая теория и приложения. - М.: Мир, 1987.
4. Чандракесхаран К. Арифметические функции. - М.: Наука, 1975.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>;
3. Образовательные ресурсы ДГУ <http://edu.icc.dgu.ru>

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины. ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ**

Дисциплин «Теория чисел» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими бакалаврами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- б) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа по теории чисел распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и

упражнений); соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Основная цель: ознакомление с общими методами развития у студентов необходимых прочных навыков в этой области. Также студенту необходимо применять практически теоретический курс. Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений. После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы. Особое внимание рекомендуется обратить на усвоение основных понятий, методов и примеров, доказательства утверждений.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т. д.

Осуществляется учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по каждому разделу в виде 5 пособий в издательстве ДГУ:

1. Зейналов Б.А., Вагабов А.И. Методические указания и задачи теории чисел. Махачкала: Изд-во ДГУ, 1986. – 25 с.
2. Вагабов А.И., Ашурбеков К.Д. Основные функции теории чисел (метод. разработки). Махачкала: Изд-во ДГУ, 2000. – 24 с.
3. Вагабов А.И. Теория, примеры и приложения сравнений первой степени. Махачкала: Изд-во ДГУ, 2003. – 19 с.
4. Вагабов А.И. Теория квадратичных сравнений. Махачкала: Изд-во ДГУ, 2008. – 20 с.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Теория чисел» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов