

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ**  
**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Кафедра

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА**

**факультета**

**Математики и компьютерных наук**

(наименование кафедры , обеспечивающей преподавание дисциплины)

**01.03.01 Математика**

(код и наименование направления/специальности)

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

наименование профиля подготовки

**бакалавриат**

(бакалавриат, специалитет, магистратура)

**Очная**

очная, очно-заочная (вечерняя) заочная)

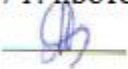
**Статус дисциплины: \_вариативная**

(базовая , вариативная, вариативная по выбору)

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: Качественная теория ДУ  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень  
бакалавриат)  
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: к.ф.-м.н., доцент кафедры  
дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Джабраилова Лейла Мусаевна

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6  
Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением



### Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина " **КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**" входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика**. Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплину "**КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**" необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

Общекультурных:

– владение фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности (ОК-11)

Профессиональных: – умение строго доказать утверждение (ПК-4); – умение на основе анализа увидеть и скорректировать результат (ПК-5).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекций, практических занятий и самостоятельных работ.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольной работы и коллоквиума, промежуточного контроля в форме экзамена.

Семестр	Учебные занятия							СРС, в том числе экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
1	72	32	-	32	-	8	-	

#### 1. Цели освоения дисциплины.

**Целями** освоения дисциплины является изучение студентами нелинейные динамические системы, описываемые системами обыкновенных

дифференциальных уравнений. Также студент должен усвоить методы качественной теории дифференциальных уравнений.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Качественная теория дифференциальных уравнений» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению (специальности) **01.03.01 – Математика**

К одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы аналитической геометрии находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### III. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК- 11	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности	Знать: дифференциальные уравнения и системы, определения устойчивости решений систем дифференциальных уравнений . Владеть: основными методами решения систем ДУ
ПК-4	Умением строго доказать утверждение	Знать: основные критерии устойчивости, основные теоремы, особые точки Владеть: основными методами определения устойчивости систем ДУ
ПК-5	Умением на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Знать: приложения теории устойчивости к решению задач механики , динамики и статики. Владеть: основными методами исследования решений систем ДУ

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

**4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.**

## 4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц **180** часов.

№	Раздел дисциплины	Сем.	Всего	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успеv-ти.  Форма промежут. аттестации
				лек.	пр. зан.	сам. раб.		
1	<b>Модуль I.</b> Автономные системы	1						
2	Раздел 1. Автономные уравнения. Интегральные кривые , фазовый портрет. Автономные системы на плоскости.	1	<b>20</b>	10	10			контр.р.
3	<b>Модуль II.</b> Линейные и нелинейные системы.	1						
4	Раздел 2. Простые и непростые канонические системы. Фазовые портреты для канонических систем на плоскости. Оператор эволюции. Линеаризация в окрестности неподвижной точки.	1	<b>32</b>	16	16			контр.р.
5	<b>Модуль III.</b> Теория устойчивости.	1						контр.р коллоkv.
6	Раздел 3. Нелинейные системы наплоскости.Непростые неподвижные точки.Их устойчивость.	1	<b>10</b>	6	4			сам.р.
7	Раздел 4. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса	10	<b>6</b>	4				коллоkv.

	Гурвица							
9	Итоговый контроль						4	<b>экзамен</b>
10	Подготовка к экзамену	4						<b>экзамен</b>
	<b>ИТОГО</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>4</b>	

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

#### Модуль I. Автономные системы

##### *Раздел 1. Автономные уравнения. Интегральные кривые и фазовый портрет.*

*Тема 1.* Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика.

*Тема 2.* Автономные системы на плоскости. Фазовые потоки и эволюция. Линейная замена переменных. Классы подобия для действительных матриц.

#### Модуль II. Линейные и нелинейные системы.

##### *Раздел 2. Простые и непростые канонические системы*

*Тема 1.* Фазовые портреты для канонических систем на плоскости. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости. Оператор эволюции. Аффинные системы.

*Тема 2.* Нелинейные системы на плоскости. Локальное и глобальное поведение. Линеаризация в окрестности неподвижной точки. Теорема о линеаризации.

#### Модуль III. Теория устойчивости.

##### *Раздел 3. Нелинейные системы на плоскости.*

*Тема 1.* Непростые неподвижные точки. Их устойчивость. Обыкновенные точки и глобальное поведение. Первые интегралы. Предельные циклы. Теория Пуанкаре. Механический осциллятор. Уравнение Вольтерра-Лотка и его модификации.

*Тема 2.* Теория устойчивости. Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица и геометрический критерий устойчивости.

*Тема 3.* Приложения качественной теории к исследованию дифференциальных моделей и конкретных динамических систем. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования динамических систем.

#### **4.4. Темы практических и семинарских занятий.**

*Занятие 1.* Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Существование и единственность решения. Особые решения.

*Занятие 2.* Системы дифференциальных уравнений. Методы их решения. Автономные системы. Построение фазового портрета.

*Занятие 3.* Линейные и нелинейные системы. Линейная замена переменных.

*Занятие 4.* Простые и непростые канонические системы. Оператор эволюции.

*Занятие 5.* Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений..

*Занятие 6.* Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость.

*Занятие 7.* Приложения качественной теории к исследованию дифференциальных моделей и конкретных динамических систем.

*Занятие 8.* Основы качественной теории дифференциальных уравнений.

*Занятие 9.* Асимптотическое поведение решений автономных систем дифференциальных уравнений.

*Занятие 10.* Фазовый портрет динамической системы.

*Занятие 11.* Исследование и численное решение систем нелинейных обыкновенных дифуравнений в пакете Maple.

*Занятие 12.* Создание динамических моделей нелинейных динамических систем.

*Занятие 13.* Приложения качественной теории к задачам физики.

*Занятие 14.* Приложения качественной теории к задачам гидродинамики.

*Занятие 15.* Приложения качественной теории к задачам аэродинамики.

*Занятие 16.* Приложения качественной теории к задачам биологии и медицины.

*Занятие 17.* Приложения качественной теории к задачам статики и динамики.

*Занятие 18.* Исследование и численное решение систем линейных дифуравнений в пакете Maple.

#### **5. Образовательные технологии.**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения:

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.

2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

**6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Раздел 1. Автономные уравнения. Интегральные кривые и фазовый портрет.		
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика.	Доклады на тему: 1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2. Фазовый портрет и динамика.	[1], [7]
Тема 2. Автономные системы на плоскости	Доклады на тему: 1. Фазовые потоки и эволюция.	[3], [6]
Раздел 2. Простые и непростые канонические системы	Доклады на тему: 1. Фазовые портреты для канонических систем на плоскости	[2], [4]
Тема 1. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости		
Тема 2. Нелинейные системы	Доклады на тему:	



на плоскости. Локальное и глобальное поведение.	1.Оператор эволюции. Аффинные системы.	[2], [7]
Раздел 3.Нелинейные системы на плоскости.	Доклады на тему:1.ТеорияПуанкаре.Механический осциллятор. 2.Уравнение Вольтерра-Лотка и его модификации.	[2], [6]
Тема 1.Непростые неподвижные точки. Устойчивость.	Доклады на тему: 1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования	[5], [7]

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК -11	Знать: решения систем дифференциальных уравнений , критерии устойчивости, особые точки.	Устный опрос
ПК-4,	Уметь строго доказать теоремы на основе анализа увидеть и корректировать результат.	Контрольная работа
ПК-4,ПК-5	Владеть: основными критериями определения устойчивости систем дифференциальных уравнений	Контрольная работа

**7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.**

ОК-11 «фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала	
		Удовлетворительно	Хорошо
Пороговый	Знать: решения систем дифференциальных уравнений	Демонстрирует слабое умение самостоятельно приобретать с помощью	Может приобретать с помощью информационных технологий и источников

#### ПК-4 Умением строго доказать утверждение

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Уметь строго доказать теоремы Ляпунова, Четаева, Михайлова	Имеет неполное представление о	Допускает неточности в процессе	Демонстрирует четкое представление, готовность к

#### ПК-5. Умением на основе анализа увидеть и корректировать результат.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Владеть: основными методами применения теории устойчивости к	Имеет неполное представление об основных методах комплексного	Допускает неточности в	Демонстрирует четкое представление, готовность к

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

1. Решить уравнение  $y = xy' - \frac{1}{2}y^2$ .
2. Решить систему  $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение  $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$ .
4. Решите систему  $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$ .
5. Решить уравнение  $xy' + y = y^2$ .
6. Решить систему  $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$ .
7. Решить уравнение  $xy' - y = x^3$ .
8. При каких значениях  $a$  асимптотически устойчиво нулевое решение системы  $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$ .

9. Решить уравнение  $xu' - y = x^3y^2$ .
10. Исследовать систему  $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$  на устойчивость.
11. Решить уравнение  $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$ .
12. Исследовать на устойчивость  $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$ .
13. Найти особые решения уравнения  $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$ .
14. Решить задачу Коши для системы  $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
15. Каждая из функций семейства  $y = Ce^x + \frac{4}{c}$  является решением уравнения  $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$ . Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши  $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
17. Решить уравнение  $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$ .
18. С помощью  $V = x^2 + y^2$  исследовать систему  $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$  на устойчивость.
19. Решить уравнение  $y''' + y' = x$ .
20. С помощью функции  $V = x^2 + 2y^2$  исследовать на устойчивость тривиальное решение  $x \equiv 0, y \equiv 0$  системы  $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$ .
21. Определить тип особой точки уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{2x+y}$ .
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы  $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$ .
23. Найти особые решения уравнения  $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$ .
24. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg}y$ .
25. Решить уравнение  $y = 2xy' - y^2$ .
26. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$ .
27. Являются ли функции  $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$  линейно зависимыми.
28. Решить систему  $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$ .
29. Найти общее решение уравнения  $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$ , зная два частных решения  $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$ .
30. Решить уравнение  $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ .
31. Решить уравнение  $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$ .
32. Найти решение уравнения  $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ , удовлетворяющее условию  $z = 2x$  при  $y = 1$ .
33. Найти  $y_0, y_1, y_2$ , если  $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$ .
34. Решить систему  $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$ .
35. Найти особое решение уравнения  $y = x + 2y' - (y')^2$ .
36. Решить задачу Коши  $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$ .
37. Построить диф. уравнение семейства кривых  $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$ .
38. Решить задачу Коши  $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей  $x^2 + y^2 = 2cx$ .
40. Решить систему .
41. Определить тип особой точки системы .
42. Решить задачу Коши .
43. Решить задачу Коши .
44. Установить тип особой точки системы .
45. Решить задачу Коши .

46. Решить систему .
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения на .
48. Решить систему .
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения на .
50. Являются ли первыми интегралами системы уравнений .
51. Найти решение уравнения в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. .
54. Решить уравнение .
55. Найти область асимптотической устойчивости системы .
56. Решить уравнение .
57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

**Материалы к зачету и экзамену :**

**Вариант № 5**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \ln(3 \exp(y) - 2 \cos x), \\ y' = 2 \exp(x) - (8 + 12y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -x - y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  устойчив многочлен  $\lambda^5 + \lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + a$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $x' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} x$ .

5. При каких  $k$  и  $\omega$  уравнение  $y'' + k^2 y = \sin \omega t$  имеет хотя бы одно периодическое решение?

**Вариант № 6**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-x + y), \\ y' = 2^y - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -xy^4 - 2x^3 - y, \\ y' = 2x + 2x^2y^3 - y^7. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $\lambda^4 + b\lambda^3 + 2\lambda^2 + a\lambda + 2$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $x' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x$ .

5. При каких значениях параметров  $p$  и  $q$  все решения уравнения  $y'' + py' + qy = 0$  ограничены при всех  $x \geq 0$ ?

**Вариант № 7**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2 - (8 - 6x + 3y)^{1/3}, \\ y' = 1 - \exp(2x + y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $\lambda^4 + a\lambda^3 + 4\lambda^2 + 2\lambda + b$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров  $p$  и  $q$  все решения уравнения  $y'' + py' + qy = 0$  являются периодическими функциями от  $x$ ?

**Вариант № 8**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2.5x \exp(x) - 3y + \sin x^2, \\ y' = 2x + y \exp(-y^2/2) - y^4 \cos x. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = xy - x^3 + y, \\ y' = x^4 - x^2y - x^3. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $a\lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + b$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' + x + 5y = 0, \\ y' - y - x = 0. \end{cases}$

5. Докажите, что среди всех решений уравнения  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 11x = \cos \omega t$  есть ровно одно периодическое.

**Вариант № 9**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \sin(-2x + y), \\ y' = 1 - \exp(x - y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  устойчив многочлен  $\lambda^5 + \lambda^4 + 2\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' = -2x + \frac{5}{7}y, \\ y' = 7x - 3y. \end{cases}$

5. Найти периодическое решение уравнения  $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = \exp(i\omega t)$ .

**Вариант № 10**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = (1 + x - 2y)^{-1} - 1, \\ y' = \cos x - \exp(2x - y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2y - x(x - y)^2, \\ y' = 3x - 1.5y(x - y)^2. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $\lambda^5 + 2\lambda^4 + 3\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + 6$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' = -5x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  все решения уравнения  $y'' + ay' + by = 0$  стремятся к нулю при  $x \rightarrow -\infty$ ?

**Вариант № 11**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-2x + y), \\ y' = 1 - (1 - x + y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -4x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $\lambda^4 + b\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -2x + y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  уравнение  $y'' + ay' + by = 0$  имеет хотя бы одно решение  $y(x) \neq 0$ , стремящееся к нулю при  $x \rightarrow -\infty$ ?

**Вариант № 12**

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \sin(-2x + y), \\ y' = 2 - (8 - 6x + 3y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -3x - 2y, \\ y' = 2x - 3y. \end{cases}$$

3. При каких значениях  $a$  и  $b$  устойчив многочлен  $\lambda^4 + b\lambda^3 + a\lambda^2 + 5\lambda + 7$ ?

4. Построить фазовый портрет системы  $\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = 3x - y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров  $a$  и  $b$  ограничены на всей оси решения уравнения  $y'' + ay' + by = \sin t$ ?

### *Примерный список вопросов к зачету и экзамену (1 семестр).*

1. Решения обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность.
2. Автономные уравнения. Интегральные кривые и фазовый портрет.
3. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика Автономные системы на плоскости .
- 4.
5. Построение фазовых портретов на плоскости.
6. Потоки и эволюция.
7. Линейная замена переменных.
8. Классы подобия для действительных матриц .
9. Простые канонические системы.
10. Непростые канонические системы.
11. Классификация простых фазовых портретов на плоскости.
12. Оператор эволюции.
13. Аффинные системы.
14. Нелинейные системы на плоскости. Локальное и глобальное поведение.
15. Линеаризация в окрестности неподвижной точки .
16. Теорема о линеаризации.
17. Непростые неподвижные точки.
18. Устойчивость неподвижных точек.
19. Обыкновенные точки и глобальные фазовые портреты..
20. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
21. Предельные циклы. Теория Пуанкаре -Бендиксона.
22. Механический осциллятор.
23. Уравнение Лотки- Вольтерра и его модификация.
24. Устойчивость решений по Ляпунову. Основные понятия и определения.
25. Метод функций Ляпунова.
26. Критерий Раусса -Гурвица

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов

«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
---	----------------------------



0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо
86-100	Отлично

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

*Основная литература:*

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1984 г.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Урсс. 2003.
3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для студенческих вузов А.Ф. Филиппов. - изд 2-е, испр. - М.: КомКнига, 2007. - 239 с.
4. Самойленко А.М. Кривошея С.Я. Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи - М. Высшая школа. 1984 г.
5. Немыцкий В.В. Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. - М. УРСС. 2004

*Дополнительная литература:*

1. Б.П. Демидович. Лекции по математической теории устойчивости. М. Наука, 1967.
2. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. ИЛ, 1954.

3. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009.
4. Ляпунов А.М. Общая задача устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1966.
5. Ногин В.Д. Теория устойчивости движения. СПбГУ: ф-т ПМ-ПУ, 2008.
6. До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с большим параметром в критическом случае // ЖВМ и МФ. 2011, т.51, №6. С.1043-1055.
7. До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с высокочастотными слагаемыми в критическом случае // Диф. уравн. .2012, т.48, №8. С.1190-1192.

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:*

1. Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
2. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
3. Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalysis/mathanalysis30/mathanalysis.htm>
4. Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff)

[www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm](http://www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm)

[www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_17811](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811)

[www.bookvoed.ru/book?id=413420](http://www.bookvoed.ru/book?id=413420)

[www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm](http://www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm)

[www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich\\_for\\_highschool.pdf](http://www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf)

[www.alleng.ru/d/math/math97.htm](http://www.alleng.ru/d/math/math97.htm)

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы

впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Качественная теория дифференциальных уравнений» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов