

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Динамические системы

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.01–Математика

Профиль подготовки

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: **вариативная по выбору**

Махачкала, 2017

Рабочая программа дисциплины «Динамические системы» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

01.03.01 - Математика (уровень бакалавриата)
от «7» августа 2014 г. № 943

Разработчик(и): кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Меджидов З.Г., к.ф.-м.н., доцент

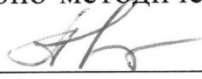
Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа «21» февраля 2017 г., протокол № 7

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук «10» марта 2017 г., протокол № 4.

Председатель  Меджидов З.Г.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «14» марта 2017 г. 
(подпись)

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины.....	4
1. Цели освоения дисциплины.....	5
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.....	5
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.....	5
4. Объем, структура и содержание дисциплины.	7
5. Образовательные технологии.....	9
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.	9
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины	9
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	20
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	20
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.	20
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.	21

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Динамические системы» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01– Математика и является *дисциплиной по выбору*.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основными понятиями динамических систем, теории бифуркаций и их приложениями.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-3, профессиональных – ПК-1, ПК-3, ПК-4.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме *2-х коллоквиумов (модулей)*, промежуточный контроль в форме *зачета*.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- местр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза- мен	Форма промежу- точной ат- тестации
	Все- го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с пре- подавателем						
		из них						
Лек- ции	Лабора- торные занятия	Практи- ческие занятия	КСР	Кон- суль- тации				
8	72	16		16			40	Зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины является изучение методов качественной теории дифференциальных уравнений, или теории динамических систем. Под динамической системой понимается любой объект, или процесс, для которых определено понятие состояния (задаваемое обычно числовым вектором в R^n) и изменение которых определяется этим начальным состоянием. Данное определение допускает моделирование динамическими системами явлений и процессов в механике, физике, химии, теории вычислительных процессов, процессах переработки информации, совершаемых согласно некоторым алгоритмам. Выросшая в основном из задач, пришедших из приложений, теория динамических систем превратилась в настоящее время в самостоятельную дисциплину со своими задачами и методами. Основные задачи теории динамических систем и теории:

- 1) каково асимптотическое поведение систем на бесконечном интервале времени;
- 2) какова зависимость асимптотического поведения от начальных данных;
- 3) какова зависимость асимптотического поведения от возмущений.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Динамические системы» входит в вариативную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению *01.03.01 – Математика* и является *дисциплиной по выбору*.

Курс «Динамические системы» преподается на 4 курсе факультета математики и компьютерных наук. Для его успешного изучения необходимы знания и умения, приобретённые в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, системы компьютерной математики.

Освоение дисциплины «Динамические системы» необходимо при написании выпускной квалификационной работы, а также последующем изучении дисциплин магистратуры, связанных с моделированием различных процессов в природе и обществе. Этот раздел науки является необходимым для обучения в аспирантуре по специальностям «Дифференциальные уравнения», «Математическое моделирование».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического	<u>Знать</u> : основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов

	<p>анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь</u>: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть</u>: математическим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>
ОПК-3	<p>Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе</p>	<p><u>Знать</u>: взаимосвязи данной теории с другими областями математики и естественных наук.</p> <p><u>Уметь</u>: эффективно использовать на практике теоретические положения теории динамических систем и бифуркаций.</p> <p><u>Владеть</u>: математическим моделированием физических задач.</p>
ПК-1	<p>Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p><u>Знать</u>: основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства.</p> <p><u>Уметь</u>: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть</u>: математическим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач.</p>
ПК-3	<p>Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p><u>Знать</u>: основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства.</p> <p><u>Уметь</u>: решать задачи вычислитель-</p>

		ного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений. <i>Владеть:</i> математическим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.
ПК-4	Способность публично представлять собственные и известные научные результаты	<i>Знать:</i> основные понятия теории динамических систем, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. <i>Уметь:</i> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений. <i>Владеть:</i> математическим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации
				Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия	Контр.сам. раб.	Самост. работа	
Модуль 1. Линейные динамические системы									
1	Основные понятия и определения теории динамических систем.	8	1	2	2			5	Устный опрос
2	Бифуркации	8	2	2	2			5	Контроль-

									<i>ная работа</i>
3	Потоки на окружности	8	3	2	2			5	
4	Линейные системы второго порядка	8	4	2	2			5	<i>Устный опрос</i>
	<i>Итого по модулю 1</i>			8	8			20	<i>Коллоквиум</i>
	Модуль 2. Нелинейные динамические системы второго порядка								
3	Фазовая плоскость		5	2	2			5	
2	Консервативные системы	8	6	2	2			5	<i>Контрольная работа</i>
1	Предельные циклы	8	7	2	2			5	<i>Устный опрос</i>
2	Теорема Пуанкаре-Бендиксона		8	2	2			5	<i>Контрольная работа</i>
	<i>Итого по модулю 2</i>			8	8			20	<i>Коллоквиум</i>
	ИТОГО			16	16			40	<i>Зачет</i>

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (*разделам*).

Модуль 1. Линейные динамические системы

Тема 1. Основные понятия и определения теории динамических систем.

Геометрическое представление решений дифференциальных уравнений, равновесные точки, фазовые портреты.

Тема 2. Бифуркации.

Бифуркация «седло-узел», транскритическая бифуркация, вильчатая бифуркация. Неполные бифуркации и катастрофы. Приложения.

Тема 3. Потоки на окружности.

Определения и примеры. Равномерные. Неравномерные и вынужденные колебания, период колебаний, фазовый замок, дрейф фазы.

Тема 4. Линейные системы.

Двумерная автономная система, устойчивое и неустойчивое многообразие, классификация неподвижных точек.

Модуль 2. Нелинейные динамические системы второго порядка

Тема 5. Фазовая плоскость.

Типы неподвижных точек на плоскости, топологическая эквивалентность фазовых портретов.

Тема 6. Консервативные системы

Консервативные системы, обратимые системы, индекс кривой и индекс точки.

Тема 7. Предельные циклы.

Примеры предельных циклов. Некоторые методы доказательства отсутствия предельных циклов.

Тема 8. Теорема Пуанкаре-Бендиксона

Теорема Пуанкаре-Бендиксона. Слабые нелинейные колебания.

5. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС при реализации различных видов учебной работы в процессе изучения дисциплины «Динамические системы» предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- компьютерное моделирование и практический анализ результатов;
- научные дискуссии;
- работа в малых группах по темам, изучаемым на практических занятиях.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Виды самостоятельной работы студентов, распределенные по темам:

№	темы	Виды СРС	
		обязательные	дополнительные
1.	Основные понятия и определения теории динамических систем.	Работа с литературой, решение домашнего задания	[4], раздел 1, [5], глава 1
2	Бифуркации	Работа с литературой, решение домашнего задания	[4], раздел 2, [5], глава 1
3	Потоки на окружности	Работа с литературой, решение домашнего задания	подготовка к коллоквиуму
4.	Линейные системы.	Работа с литературой, решение домашнего задания	[3], глава 1, [4], раздел 4, [5], глава 2
5.	Фазовая плоскость	Работа с литературой, решение домашнего задания	подготовка к коллоквиуму
6.	Консервативные системы.	Работа с литературой, решение домашнего задания	подготовка к коллоквиуму

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	Подготовка и сдача коллоквиума
ОПК-3	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	Подготовка и сдача коллоквиума
ПК-1	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем и теории би-</p>	Устный опрос, контрольная работа

	<p>фуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач.</p>	
ПК-3	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем и теории бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	Коллоквиум, зачет
ПК-4	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем и теории бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с</p>	Практические занятия в форме дискуссии, выступления с сообщениями по темам

	помощью средств.	инструментальных	
--	---------------------	------------------	--

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1 «Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п о р о г о в ы й	<p><u>Знать</u>: основные понятия теории динамических систем и теории бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь</u>: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть</u>: математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	<p><u>Знает</u>: как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении системы в общих чертах</p> <p><u>Умеет</u> проводить простейшие исследования динамических систем.</p> <p><u>Владеет</u> приемами и методами исследования стандартных динамических систем.</p>	<p><u>Знает</u>: как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы в целом.</p> <p><u>Умеет</u> исследовать основные типы динамических систем.</p> <p><u>Владеет</u> достаточным объемом знаний для правильного вывода в качественном исследовании основных видов моделей механики</p>	<p><u>Знает</u> как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы, как определить характер сложных траекторий</p> <p><u>Умеет</u> исследовать динамические системы, находить особые траектории, бассейны аттракторов и др</p> <p><u>Владеет</u> умениями и навыками полного исследования поведения динамической системы.</p>

ОПК-3 «Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п	<p><u>Знать</u>: основные понятия теории динамических систем и теории бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь</u>: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть</u>: математическим аппаратом теории динамических систем и теории бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	<p><u>Знает</u>: как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении системы в общих чертах</p> <p><u>Умеет</u> проводить простейшие исследования динамических систем.</p> <p><u>Владеет</u> приемами и методами исследования стандартных динамических систем.</p>	<p><u>Знает</u>: как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы в целом.</p> <p><u>Умеет</u> исследовать основные типы динамических систем.</p> <p><u>Владеет</u> достаточным объемом знаний для правильного вывода в качественном исследовании основных видов моделей механики</p>	<p><u>Знает</u> как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы, как определить характер сложных траекторий</p> <p>Умеет исследовать динамические системы, находить особые траектории, бассейны аттракторов и др</p> <p><u>Владеет</u> умениями и навыками полного исследования поведения динамической системы.</p>

ПК-1 «Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п	<p><u>Знать</u>: основные понятия теории дина-</p>	<p><u>Знает</u> возможности мо-</p>	<p><u>Знает</u> основные приемы модели-</p>	<p><u>Знает</u> приемы и методы ка-</p>

о р о г о в ы й	<p>мических систем и теории бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.</p> <p><u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем и бифуркаций, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	<p>делирования механических систем средствами качественной теории дифференциальных уравнений</p> <p><u>Умеет</u> анализировать простейшие модели методами качественной теории</p> <p><u>Владеет</u> основными приемами и методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>рования физических систем средствами качественной теории дифференциальных уравнений</p> <p><u>Умеет</u> проводить анализ основных математических моделей механики, с использованием обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Владеет</u> приемами и методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>качественного исследования основных моделей механики.</p> <p><u>Умеет</u> проводить качественное исследование основных математических моделей механики.</p> <p><u>Владеет</u> приемами и методами качественного исследования реальных механических систем.</p>
--------------------------------------	--	--	--	---

ПК-3 «Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п о р о г о в ы й	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем и бифуркаций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства,</p>	<p><u>Знает:</u> как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении системы в общих чертах</p> <p><u>Умеет</u> прово-</p>	<p><u>Знает:</u> как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы в целом.</p>	<p><u>Знает</u> как на основании приемов качественного исследования сделать выводы о поведении динамической системы, как определить характер слож-</p>

<p>возможные сферы их приложений. <u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений. <u>Владеть:</u> математическим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	<p>дальнейшие исследования динамических систем. <u>Владеет</u> приемами и методами исследования стандартных динамических систем.</p>	<p><u>Умеет</u> исследовать основные типы динамических систем. <u>Владеет</u> достаточным объемом знаний для правильного вывода в качественном исследовании основных видов моделей механики</p>	<p>ных траекторий <u>Умеет</u> исследовать динамические системы, находить особые траектории, бассейны аттракторов и др <u>Владеет</u> умениями и навыками полного исследования поведения динамической системы.</p>
---	--	---	--

ПК-4 «Способность публично представлять собственные и известные научные результаты»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
п	<p><u>Знать:</u> основные понятия теории динамических систем, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. <u>Уметь:</u> решать задачи вычислительного и теоретического характера в области качественного анализа дифференциальных уравнений. <u>Владеть:</u> математи-</p>	<p><u>Знает</u> о возможности моделирования механических систем средствами качественной теории дифференциальных уравнений <u>Умеет</u> анализировать простейшие модели методами качественной теории <u>Владеет</u> основными приемами и</p>	<p><u>Знает</u> основные приемы моделирования физических систем средствами качественной теории дифференциальных уравнений <u>Умеет</u> проводить анализ основных математических моделей механики, с использованием обыкновенных дифференци-</p>	<p><u>Знает</u> приемы и методы качественного исследования основных моделей механики. <u>Умеет</u> проводить качественное исследование основных математических моделей механики. <u>Владеет</u> приемами и методами качественного исследования реальных механических сис-</p>

	<p>ческим аппаратом теории динамических систем, методами анализа и решения задач, в том числе с помощью инструментальных средств.</p>	<p>методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>альных уравнений. <i>Владеет</i> приемами и методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</p>	<p>тем.</p>
--	---	--	--	-------------

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

7.3.1. Примерные задания для контрольных работ

1. Для каждого из следующих уравнений найти неподвижные точки, определить их тип, нарисовать фазовый портрет, найти общее решение и изобразить несколько интегральных кривых на поле направлений.

(а) $x' = x^3 - 3x$; (б) $x' = \sin^2 x$; (в) $x' = |1 - x^2|$; (г) $x' = ax + 2$ (a – число).

2. Для следующих уравнений найти потенциалы и с их помощью исследовать неподвижные точки на устойчивость.

(а) $x' = (1 - x)x$; (б) $x' = 1 - \sin 2x$.

3. В каждом из следующих уравнений найти бифуркационное значение, определить тип бифуркации и нарисовать бифуркационную диаграмму.

(а) $x' = \mu x^2 - 2\mu x + 3x$; (б) $x' = \frac{\mu x}{x^2 + 7} - x$.

4. Исследовать систему с «неполным» параметром k . Нарисовать бифуркационные диаграммы уравнения $x' = x^2 - \mu x + k$ при $k < 0$, $k = 0$ и $k > 0$. Изобразить на плоскости (μ, k) области, соответствующие различным типам фазовых портретов.

5. Исследовать систему на наличие/отсутствие периодических орбит. Фазовый портрет доказательством не является, а только подтверждением.

$$\begin{cases} x' = y \cos x \\ y' = \sin x \end{cases} .$$

6. Определить точки равновесия системы и найти индексы этих точек. Построить фазовый портрет.

$$\begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = 2xy \end{cases} .$$

7. Определить точки равновесия системы и найти индексы этих точек. Построить фазовый портрет.

$$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -y \end{cases}$$

8. Для системы $\begin{cases} x' = -x + y(x+a) - b \\ y' = -cx(x+a) \end{cases}$, где a, b, c положительные константы и $b > a$

на области $D = \left\{ X \in R^2 : x < -a \text{ и } y < \frac{x+b}{x+a} \right\}$ доказать, что не существует периодических орбит, проходящих через некую точку области D .

9. Для системы $\begin{cases} x' = ax + ux \\ y' = bx^2 - cy \end{cases}$, где a, b, c положительные константы и $c > a$ на области $D = \{X \in R^2 : y \geq 0\}$ доказать, что не существует периодических орбит, проходящих через некую точку области D .

10. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = y \\ y' = -(2b - g(x))ay - a^2x \end{cases}$, $a, b > 0$, $g(x) = \begin{cases} 0, |x| > 1 \\ k, |x| \leq 1 \end{cases}$.

Показать, что при $k < 2b$ не существует, а при $k > 2b$ - существуют периодические орбиты.

7.3.2. Примерные вопросы к зачёту

1. Дана система $X' = A \cdot X$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Найти:

(а) жорданову форму;

(б) матрицу перехода M ;

(в) матрицу $A1$ для системы $X' = A1 \cdot X$, получающейся из исходной после ее поворота на угол $-\frac{\pi}{2}$.

2. Дана система $\begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = xy - 1 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и определить их тип.

3. Определить, как меняются главные направления (директрисы) седловой точки $(0;0)$ нелинейной системы $\begin{cases} x' = -x + x^2 \\ y' = x + y \end{cases}$ по отношению к ее линеаризации.

4. Исследовать дифференциальное уравнение $x' = -x + \beta \tanh x$. Найти бифуркационное значение, построить диаграмму и определить тип бифуркации.

5. Исследовать систему $\begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = \mu + x^2 - y \end{cases}$. Найти и определить тип бифуркации.

Нарисовать бифуркационную диаграмму.

6. Построить фазовый портрет и определить тип бифуркации при $\mu = 0$ для системы $\begin{cases} x' = \mu x - y + xy^2 \\ y' = x + \mu y - x^2 \end{cases}$.
7. Рассмотреть модель $\begin{cases} x' = x(x(1-x) - y) \\ y' = y(x-a) \end{cases}$, где $x \geq 0$ - популяция жертв, $y \geq 0$ - популяция хищников и $a \geq 0$ - параметр. Найти и классифицировать неподвижные точки системы. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации.
8. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации для системы $\begin{cases} x' = \mu x + y + \sin x \\ y' = x - y \end{cases}$ в начале координат. Построить фазовые портреты для значений μ в окрестности μ_0 .
9. Используя функцию Ляпунова, показать, что система $\begin{cases} x' = -x + 2y^3 - 2y^4 \\ y' = -x - y + xy \end{cases}$ не имеет предельных циклов.
10. Найти периодические решения системы $\begin{cases} x' = -x - y + x(x^2 + 2y^2) \\ y' = x - y + y(x^2 + 2y^2) \end{cases}$.
11. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = \mu(y - F(x)) \\ y' = -\frac{x}{\mu} \end{cases}$, где $F(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ -x, & |x| \leq 1, \\ x-2, & x \geq 1. \end{cases}$ Имеются ли у этой системы периодические решения? Построить фазовый портрет.
12. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = -4x + y^3 \\ y' = -3x - y + y^3 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и классифицировать их. Найти инвариантные линии. Построить фазовый портрет.
13. Для уравнения $x' = x - \mu x(1-x)$:
- найти неподвижные точки и их характер;
 - найти бифуркационное значение и тип бифуркации;
 - построить бифуркационную диаграмму.
14. Доказать наличие предельного цикла у системы $\begin{cases} x' = -\mu y + x(1-x^2-y^2) \\ y' = \mu x + y(1-x^2-y^2) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.
15. Найти положительно инвариантное множество для системы $\begin{cases} x' = x(y^2 - x) \\ y' = -y(y^2 - x) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум – 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 50 баллов,
- письменная контрольная работа – 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гардон И.И., Матер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967.
2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гардон И.И., Матер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Мир, 1966.
3. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Пер. с англ., Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 560 с.
4. Мачулис В.В. Введение в динамические системы: учебное пособие. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013. – 196 с.
5. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.: «Мир», 1986. 243 с.

б) дополнительная литература:

6. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: «Наука», 1981. – 568 с.
7. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: «Наука», 1975. – 240 с.
8. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: «Наука», 1976. – 496 с.
9. Степаньянц Г.А. Теория динамических систем: Учебное пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 312 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. www.math.ru;
2. www.exponenta.ru;
3. www.mathematics.ru;
4. <http://elibr.dgu.ru>;
5. <http://edu.icc.dgu.ru>;

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Специфика изучаемой дисциплины «Динамические системы» состоит в том, что для ее освоения необходимо выработать навыки не только качественного анализа динамических систем, но и графической интерпретации понятий, фактов и результатов, моделирования динамическими системами явлений и процессов в различных областях естествознания.

Систематическое изложение научных материалов, освещение главных тем данной дисциплины проводится в ходе лекционного курса. Изучение теоретического курса выполняется самостоятельно каждым студентом по итогам каждой из лекций, используя конспект лекций, учебники, представленные в разделе 8 «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины», результаты контролируются преподавателем на практических занятиях.

Если возникают вопросы, следует обратиться на кафедру к преподавателю, согласно графику консультаций ведущего преподавателя. Обращаясь за консультацией, необходимо указать, каким учебником пользовались и какой раздел, глава, параграф вам не понятен.

Решения задач и самостоятельные работы по заданию (индивидуальному, где требуется) преподавателя сдаются в конце каждой зачетной единицы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Динамические системы» необходимы:

Системное программное обеспечение: ОС Windows XP/7/8/10;

Прикладное программное обеспечение: MSOffice 2007/10/13;

Сетевые приложения: электронная почта, поисковые системы Google, Yandex.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения лекционных занятий на факультете необходима аудитория на 25-35 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.