

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

**Образовательная программа
10.03.01 (090900.62) Информационная безопасность**

Профиль подготовки
Безопасность компьютерных систем

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: ***Вариативный***

Махачкала, 2015

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина методы оптимизации входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению (специальности) 090900.62 -Информационная безопасность.

Дисциплина реализуется на факультете информатики и информационных технологий кафедрой прикладной математики факультета математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения классических экстремальных задач, а также знакомством с современными направлениями развития методов оптимизации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общекультурных - ОК-8, ОК-11; профессиональных – ПК-1, ПК-20.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума. и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
6	180	36		36			72	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Методы оптимизации» - владение студентами умения разрабатывать методы решения задач в которых требуется определить значения таких параметров, которые доставляют функционалу его минимальное или максимальное значение встречающиеся в естествознании и во многих экономических задачах; закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в *вариативную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению (специальности) 090900.62 - Информационная безопасность.

Курс «Методы оптимизации» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при изучении отдельных тем курсов «Исследование операций», «Математические методы в экономике» и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-8	способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, владеть культурой мышления	Уметь: формулировать задачи и способы их достижения
ОК-11	способностью к саморазвитию, самореализации, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации и мастерства	Знать: основы получения и обработки информации
ПК-1	способностью использовать	Знать: классические методы

	основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности	исследования экстремальных задач; Уметь: решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями; Владеть: навыками решения практических задач
ПК-20	способностью применять методы анализа изучаемых явлений, процессов и проектных решений	Знать: основные приемы и формулы; Уметь: осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов;

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические	Сам. раб	Подг. к экз.	Общ. тр	
Модуль 1. Математическое программирование.				10	8	18		36	
1	Введение. Исторический очерк. Основные понятия,	6	1	2		4		6	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала ---

	связанные с экстремальными задачами.								
2	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.	6	2-3	4	4	4		12	
3	Теорема о полном дифференциале. Теорема об обратной функции.	6	4	2	2	4		8	---
4	Задачи без ограничений для функционалов.	6	5	2	2	6		10	Контрольная работа
Модуль 2. Элементы выпуклого анализа				8	10	18		36	
5	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	6	6	2	6	6		12	---
6	Гладкие задачи с ограничениями	6	7	2	2	4		8	

	типа неравенств.								
7	Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.	6	8	2		4		6	---
8	Элементы выпуклого анализа. Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.	6	9	2	2	4		8	Контрольная работа
Модуль 3 Линейное программирование				14	12	10		36	
9	Выпуклые функции и их основные свойства. Выпуклое исчисление.	6	10-11	4		4		8	---
10	Задачи выпуклого программирования. Примеры.	6	12	2	2	4		8	---
11	Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Алгоритм	6	13-14	4	2	2		8	---

	симплекс-метода. Задачи.								
12	Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	6	15	2	2	4		8	
13	Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.	6	16	2	2	4		8	Контрольная работа Коллоквиум
Модуль 4. Задачи линейного программирования.				4	6	26		36	
14	Транспортная задача. Метод северо-западного угла	6	15	2	4	13		19	
15	Метод потенциалов нахождения оптимального решения.	6	16	2	2	13		17	Контрольная работа
16	<i>Подготовка к экзамену</i>						36		
ИТОГО:				36	36	72	36	180	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Математическое программирование

Тема 1. Введение.

Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.

Тема 2. Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.

Тема 3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.

Теорема Ферма. Использование критерия Сильвестра при исследовании критических точек. Прямой метод испытания критических точек.

Тема 4. Теорема о полном дифференциале. Теорема об обратной функции.

Понятие об обратном отображении: функция одной переменной, линейное отображение, конечномерная теорема об обратном отображении. Необходимое условие экстремума в задаче на безусловный экстремум для функционалов. Достаточное условие.

Тема 5. Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

Модель 2. Элементы выпуклого программирования

Тема 6. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

Тема 7. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

Тема 8. Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.

Тема 9. Элементы выпуклого анализа.

Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.

Модуль 3 Линейное программирование.

Тема 10. Выпуклые функции и их основные свойства.

Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Йенсена.

Тема 11. Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление.

Субдифференциал. Основные свойства. Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции

Тема 12. Задачи выпуклого программирования. Примеры.

Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

Тема 13. Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Тема 14. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Достаточное условие оптимальности. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Тема 15. Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

Тема 16. Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Теорема двойственности. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.

Модуль 4. Задачи линейного программирования.

Тема 17. Транспортная задача.

Постановка транспортной задачи линейного программирования и ее разновидности (закрытая, открытая). Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП.

Тема 18. Метод потенциалов.

Метод потенциалов решения транспортной задачи.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная

мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОК-8	Уметь: формулировать задачи и способы их достижения	Контрольные работы, экзамен
ОК-11	Знать: основы получения и обработки информации	Контрольные работы, экзамен
ПК-1	Знать: классические методы исследования экстремальных задач; Уметь: решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями; Владеть: навыками решения практических задач	Контрольные работы, экзамен
ПК-20	Знать: основные	Контрольные работы,

	приемы и формулы; Уметь: осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов;	экзамен
--	--	---------

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

Выделяются три показателя уровня сформированности компетенции:

Удовлетворительно, хорошо и отлично.

ОК-8 способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, владеть культурой мышления

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Уметь: формулировать задачи и способы их достижения	Демонстрирует слабое умение формулировать задачи и способы их достижения	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно формулировать задачи и способы их достижения

ОК-11 способностью к саморазвитию, самореализации, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации и мастерства

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	Знать: основы получения и обработки информации	Демонстрирует слабое умение формулировать задачи и способы их достижения	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно формулировать задачи и способы их достижения
-----------	---	--	--	---

ПК-1 способностью использовать основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: классические методы исследования экстремальных задач; Уметь: решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями; Владеть: навыками решения практических задач	Демонстрирует слабое умение формулировать задачи и способы их достижения	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов

ПК-20 способностью применять методы анализа изучаемых явлений, процессов и проектных решений

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	Знать: основные приемы и формулы; Уметь: осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов;	Имеет неполное представление об основах получения и обработки информации	Допускает неточности в понимании основ получения и обработки информации	Демонстрирует четкое представление об основах получения и обработки информации
-----------	---	--	---	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Контрольная работа № 1

Найти производную функционала, если $X = C[0,1]$:

$$1. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) \sin \pi t dt \right)^3;$$

$$2. f(x) = \int_0^1 x^3(t) dt;$$

$$3. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) dt \right)^3;$$

$$4. f(x) = x(0);$$

$$5. f(x) = \sin x(1).$$

Контрольная работа № 2

1. Решить задачу без ограничений

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - x_1 x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow extr;$$

2. Решить задачу с ограничениями – равенствами

$$x_1 x_2 x_3 \rightarrow \text{extr}, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

3. Решить задачу с ограничениями типа неравенств

$$x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$8x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 40; -2x_1 + x_2 - x_3 = -3, x_2 \geq 0$$

Контрольная работа № 3

Следующую задачу решить графическим и симплексным методами

$$2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 \geq 8,$$

$$x_2 \leq 6.$$

Контрольная работа № 4

Имеются три пункта поставки однородного груза a_1, a_2, a_3 и четыре пункта потребления этого груза b_1, b_2, b_3, b_4 . На пунктах поставки $a_i, i=1,2,3$ находится груз соответственно в количествах a_1, a_2 и a_3 тонн. В пункты потребления $b_j (j=1,2,3,4)$ требуется доставить соответственно b_1, b_2, b_3 и b_4 тонн груза. Расходы на перевозку единицы груза между пунктами поставки и пунктами потребления приведены в таблице.

Найти такой план закрепления потребителей за поставками однородного груза $x_{ij} (i=1,2,3, j=1,2,3,4)$, чтобы общие затраты по перевозкам были минимальными.

$a_i \backslash b_j$	b_1	b_2	b_3	b_4	Запасы
a_1	7	8	1	2	200

a_2	4	5	9	8	180
a_3	9	2	3	6	190
Потребности	150	130	150	140	570

Вопросы к экзамену:

1. Производная по Фреше.
2. Частные производные и производные высших порядков.
3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.
4. Формула Тейлора. Теорема Ферма.
5. Дифференцируемость операторов и функционалов.
6. Дифференциал суперпозиции.
7. Конечномерная теорема об обратном отображении.
8. Задачи на экстремум. Определение базовых понятий.
9. Необходимое и достаточное условие экстремума функционалов.
10. Основные два этапа решения задач на экстремум.
11. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
12. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
13. Выпуклые множества. Основные свойства.
14. Выпуклые функции.
15. Первая теорема отделимости.
16. Вторая теорема отделимости.
17. Свойства выпуклых функций.
18. Три особенности задачи выпуклого анализа.
19. Задача на безусловный экстремум для выпуклых функций.
20. Субдифференциал. Основные свойства.
21. Теорема Куна-Таккера.

22. Задачи выпуклого программирования. Примеры.
23. Задача линейного программирования. Основные свойства.
24. Симплекс. Метод решения задач линейного программирования.
25. Двойственность в линейном программировании.
26. Графический метод решения экстремальных задач.
27. Транспортная задача.
28. Метод северо-западного угла.
29. Метод потенциалов.
30. Нахождение опорного решения.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 40 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во МГУ, 1989.
2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука, 1984.

3. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К., Вариационное исчисление и методы оптимизации. Изд-во ДГУ, Махачкала, 2010.
4. Галеев Э.М. Курс лекций по вариационному исчислению и оптимальному управлению. –М.: Изд-во МГУ, 1996.
5. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. М.: Наука. 2-е изд. исправленное. 2006.
6. Габасов Р., Кориллов Ф.М. Методы оптимизации. Изд: чет. четв., 2011. 472 с.
7. Карманов В.Г. Математическое программирование.- М.: Физматлит, 2004.

б) дополнительная литература

1. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000.
2. Карманов В. Г. «Математическое программирование», М.: Наука, 2004.
3. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория, методы и приложения. М.:Наука, 1969.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>.
6. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи. Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.