МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Физический факультет

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дискретная математика

Кафедра дискретной математики и информатики
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

11.03.04 - Электроника и наноэлектроника

Профиль подготовки
микроэлектроника и твердотельная электроника

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: базовый

Махачкала 2015

Рабочая программа дисциплины « ***Дискретная математика»*** составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 11.03.04 - Электроника и наноэлектроника (уровень бакалавриата)

от «12» марта 2015 г. №218

Разработчик: ст. преподаватель кафедры дискретной математики и информатики

Ханикалов Х.Б.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дискретной математики и информатики
от «29» октября 2015 г., протокол № 2.

Зав. кафедрой ________________ Магомедов А.М.

на заседании Методической комиссии физического факультета
от «30» октября 2015г., протокол № 2.

Председатель ________________ Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением ДГУ

«2» ноября 2015 г. ________________ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина “Дискретная математика” входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 11.03.04 - Электроника и наноэлектроника.

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дискретной математики и информатики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с теорией множеств, алгеброй логики, основами современной теории графов, классическими алгоритмами на графах, спецификой их применения, теорией алгоритмов, сжатием и хранением информации, теорией кодирования.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: ОПК-1, ОПК-2.
Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции и практические занятия.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме 2-х контрольных работ в конце каждого модуля и итогового зачета в конце семестра.

Объем дисциплины – 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

<table>
<tr><th rowspan="5">Семестр</th><th colspan="7">Учебные занятия</th><th rowspan="5">Форма промежуточной аттестации</th></tr>
<tr><th colspan="7">в том числе</th></tr>
<tr><th colspan="6">Контактная работа обучающихся с преподавателем</th><th rowspan="3">СРС</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Всего</th><th colspan="5">из них</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабораторные занятия</th><th>Практические занятия</th><th>КСР</th><th>консультации</th></tr>
<tr><td>3</td><td>144</td><td>16</td><td></td><td>18</td><td></td><td></td><td>38</td><td>Зачет</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Дискретная математика являются усвоение студентами понятий, связанных с основами алгебры логики, теории алгоритмов, теории кодирования, современной теории графов и обучение сравнительному анализу алгоритмов, используемых при решении задач на графах. Учебный курс включает в себя обзор основных понятий теории графов, исследование различных типов объектов и подструктур в графах, а также рассмотрение ряда классических задач на графах и сетях, описание алгоритмов их решения, анализ трудоемкости алгоритмов.

К задачам курса относятся:

- ознакомление студентов с фундаментальными понятиями дискретной математики для последующего свободного их использования;
- овладение основными теоретико-графовыми алгоритмами;
- применение графовых моделей к различным областям науки
- расширение инструментария действий с дискретными структурами – методы полного перебора и поиска кратчайших путей, рекурсия и динамическое программирования, поиск в глубину и ширину, потоковые методы в сетях;
- повышение алгоритмической культуры; студент отчетливо должен понимать разницу между NP-полными задачами и задачами, разрешимыми за полиномиальное время;
- изучение комбинаторных конфигураций с достижением двуединой цели – кроме собственно формул, также и умения организации вычислений со сверхбольшими числами;
- понимание математических основ теории кодирования;

Курс призван существенно углубить понимание слушателями, как теоретической базы естественнонаучных дисциплин, так и ее практических методов.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина Дискретная математика входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 11.03.04 - Электроника и наноэлектроника и изучается в соответствии с графиком учебного процесса в 3 семестре. Изучение предмета производится в течение одного семестра и заканчивается зачетом.

Дисциплина частично опирается на знания, полученные в 1 и 2 семестрах в процессе изучения Математического анализа, Алгебры, Основ программирования. В свою очередь, на материал данной дисциплины опирается дисциплина «Уравнения математической физики»; знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются, закрепляются и развиваются при проведении учебной практики (2 ,4 и 6 семестры), преддипломной практики, выполнении курсовых работ и выпускной квалификационной работы.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Компе-тенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	**Знать:** об основных понятиях и методах, используемых в современной дискретной математике; основы алгоритмизации, основы оптимального представления входных данных, принципы поиска оптимальных структур, удовлетворяющих тем или иным свойствам **Уметь:** формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения; **Владеть:** навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения, представления дискретных структур в памяти.
ОПК-2	способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат	**Знать:** о многообразии задач, возникающих на графах и сетях, основы алгоритмизации, и методы дискретной математики. **Уметь:** формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения; **Владеть:** навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часов: 16 ч. - лекций, 18 ч.- практических занятий, 36 ч. – СРС, зачет.

4.2. Структура дисциплины

Структура и содержание дисциплины «Дискретная математика»

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
	Модуль 1. Комбинаторика, функции алгебры логики								
1	**Введение в дискретную математику. Элементы комбинаторики.**	3	1,2	2	2			4	
2	**Система исчислений. Двоичная система исчислений. Функции алгебры логики Формулы. Диаграммы Эйлера-Венна.**	3	3,4	2	2			4	
3	**Полнота и замкнутость. Полиномы Жегалкина. Линейные функции.**	3	5,6	2	2			4	
4	**Графы. Основные понятия теории графов. Понятие связности графа. Теорема Эйлера.**	3	7,8	2	2			4	
	Итого по модулю 1:	3		8	8			16	Контрольная работа №1
	Модуль 2. Методы и алгоритмы на графах, теория кодирования								
5	**Кратчайшие пути в графах. Алгоритмы Дейкстры, Флойда.**	3	9, 10	2	2			4	
6	**Потоки в сетях.**	3	11,	2	2			6	

	Задача о максимальном потоке.		12						
7	**NP-полнота. Гамильтоновы циклы. Деревья. Теорема об остове минимального веса**	3	13, 14	2	2			6	
8	**Оптимальное кодирование. Неравенство Макмиллана. Алгоритм Хаффмана**	3	15, 16	2	4			6	
	Итого по модулю 2:	3		8	10			22	Контрольная работа №2
	Итого:	**72**		**16**	**18**			**38**	**Зачет**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Лекционный материал и практические задания по дисциплине

Модуль 1. Комбинаторика, функции алгебры логики.

Тема1. Введение в дискретную математику. Элементы комбинаторики

1. Предмет и задачи дискретной математики.
2. Краткая историческая справка.
3. Понятие выборки.
4. Упорядоченные и неупорядоченные выборки. Примеры.
5. Выборки с повторениями и без повторений. Примеры.
6. Формула числа перестановок с повторениями.
7. Формула числа перестановок без повторений.
8. Формула числа сочетаний с повторениями.
9. Формула числа сочетаний без повторений.
10. Бином Ньютона и следствия.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Сколько всего семизначных телефонных номеров, в каждом из которых ни одна цифра не повторяется?
2. Сколько существует двузначных чисел, в которых цифра десятков и цифра цифра единиц различные и нечетные?
3. Доказать

$$A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} = k^2 A_{n+k}^{n}$$

4. Сколько всего шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1,3,4,5,7 и 9, если в каждом из этихчисел ни одна цифра не повторяется?

5. 12 человек играют в городки. Сколькими способами они могут набрать команду из четырех человек на соревнование?
6. В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 16 команд, при этом любые две команды играют между собой только один матч. Сколько всего календарных игр?
7. Вычислить

$$E = C_{25}^{23} - C_{15}^{13} - 3C_{10}^{7}$$

8. Доказать, что для каждого b>1 и и каждого натурального числа n>1 верно *неравенство Бернулли*

$$b^n > 1 + n(b-1)$$

9. Найти 13-й член разложения бинома

$$(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^{15}$$

10. Сколькими способами можно разместить восемь пассажиров в трех вагонах?
11. Буквы азбуки Морзе состоят из символов - точка и тире. Сколько букв получим, если потребуем, чтобы каждая буква состояла не более чем из пяти указанных символов?

Тема 2.1. Система исчислений. Двоичная систем. Функции алгебры логики(начало).

1. Понятие системы исчислений. Десятичная система.
   Понятие базы системы исчисления. Алфавит записи чисел и вид чисел в системе исчисления по произвольному основанию.

2. Системы исчислений по основанию отличному от десяти; двоичная, восьмеричная, шестнадцатиричная системы исчислений.
   Двоичная система исчисления – алфавит {0,1},восьмеричная система – алфавит {0,1,2,3,4,5,6,7}, шестнадцатиричная система - алфавит {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E.F}.

3. Переход из одной системы в другую.
   Переход из двоичной системы в десятичную, в восьмеричную и шестнадцатиричную, переход из восьмеричной в двоичную и из шестнадцатиричной в двоичную.

4. Арифметические операции в двоичной системе.
   Операции сложения, вычитания, умножения и деления в двоичной системе исчисления.

5. Определение функции алгебры логики. Примеры.
6. Табличные способы задания функций.
   Построение таблиц T(f) , $\Pi_{k,n-k}$.Определение вектора α(f).

7. Оценка числа булевских функций от фиксированного числа переменных.
   Доказательство теоремы: число функций алгебры логики от n перменных равно 2^{2^m}

8. Существенные и фиктивные переменные.
   Определение существенной переменной. Определение фиктивной переменной. Вид вектора α(f) при наличии фикткивных переменных.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Каково число функций алгебры логики от n переменных, принимающих на противоположных наборах одинаковые значения?
2. Найти число функций алгебры логики от n переменных, которые на паре соседних наборах принимают противоположные значения?
3. Каково число функций алгебры логики от n переменных, принимающих значение 1 менее чем на k наборах?
4. Для функции $\alpha(f)=(01100110)$ построить таблицы T(f), $\Pi_{2,1}$, $\Pi_{1,2}$.
5. Для функции $\alpha(f)=(0110011000110001)$ построить таблицы T(f), $\Pi_{2,2}$, $\Pi_{1,3}$.
6. Для функции $\alpha(f)=(1110001010110001)$ построить таблицы T(f), $\Pi_{3,1}$, $\Pi_{1,3}$.
7. Для функции $\alpha(f)=(10100011101001010010011110110001)$ построить таблицы T(f), $\Pi_{3,2}$.
8. Пусть функция такова, что $|N_f|=2^n(2l-1)$. Каково максимальное возможное число фиктивных переменных у функции?
9. Выяснить от каких переменных функция f зависит существенно:

   а) $\alpha(f)=(1011100111001010)$;

   б) $\alpha(f)=(0011110011000011)$;

   в) $\alpha(f)=(0111011101110111)$;

   г) $\alpha(f)=(0101111100001010)$.
10. Перечислить все функции от двух переменных, существенно зависящие от всех переменных.

Тема 2.2. Функции алгебры логики (продолжение). Формулы. Диаграммы Эйлера-Венна. Тавтология, противоречие.

1. Элементарные функции алгебры логики.
   Таблицы элементарных функций. Обозначения.
2. Операция суперпозиции.
   Определение операции суперпозиции. Примеры.
3. Понятие формулы. Понятие эквивалентных формул.
4. Принцип двойственности. Определение принципа. Доказательство. Примеры.
5. Теорема о разложении функций алгебры логики от n переменных по k переменным.
   Совершенная дизъюнктивная нормальная форма,совершенная конъюнктивная нормальная форма. Доказательство теоремы. Следствия. Примеры построения СДНФ и СКНФ.
6. Диаграммы Эйлера-Венна.
7. Тавтология, противоречие.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1.По функциям $f(x_1,x_2)$ и $g(x_1,x_2)$, заданным векторно, построить векторное задание функции h:

1)$\alpha(f)=(0010)$, $\alpha(g)=(1000)$, $h(x_1,x_2,x_3)= f(x_1,x_3)\&g(x_2,x_1)$

2)$\alpha(f)=(0100)$, $\alpha(g)=(1101)$, $h(x_1,x_2)= f(x_1, g(x_2,x_1))\vee g(x_2, f(x_1,x_1))$

3)$\alpha(f)=(1001)$, $\alpha(g)=(1110)$, $h(x_1,x_2,x_3,x_4)= f(x_1,x_3)+g(x_2, f(x_1,x_4))$

4)$\alpha(f)=(0110)$, $\alpha(g)=(1011)$, $h(x_1,x_2,x_3)= f(g(x_1,x_3), f(x_2,x_1))$

5)$\alpha(f)=(1101)$, $\alpha(g)=(0111)$, $h(x_1,x_2)= f(g(x_1,x_2), x_2)\rightarrow g(x_2, f(x_2,x_1))$

6)$\alpha(f)=(1000)$, $\alpha(g)=(0110)$, $h(x_1,x_2,x_3,x_4)=(f(x_1, f(x_2,x_1)))\ Vg(f(x_1,x_2), g(x_1,x_3)))+$

$f(g(x_3,x_4), f(x_2,x_2))$

2.Построив таблицы для соответствующих функций, убедитесь в справедливости следующих эквивалентностей:

1) $xVy=(x\to y)\to y$;
2) $x\sim y=(x\to y)\&(y\to x)$;
3) $x\downarrow y=((x\,|\,x)\,|\,(y\,|\,y))\,|\,((x\,|\,x)\,|\,(y\,|\,y))$;
4) $xV(z\sim y)=(xVy)\sim(xVz)$.

3.Построив таблицы соответствующих функций, выяснить,

эквивалентны ли формулы A и B:

1) $A= (x\to y)+((\overline{\ }(y\to z)\to xy)$, $B=\overline{yz\to x}$;

2) $A=(xV\overline{y})\downarrow(\overline{x}\to(y\to z))$, $B=\overline{y\to(xVz)}$;

3) $A=x\to((y\to z)\to yz)$, $B=(xV(y\to z))(x+y)$.

4.Испльзуя определение двойственности булевых функций, выяснить, являются ли функция g двойственной к функции f:

1) $f=x+y$; $g=x\sim y$;
2) $f=x\,|\,y$; $g=x\downarrow y$;
3) $f=x\to y$; $g=xy$.

5.Представить в виде СДНФ следующие функции:

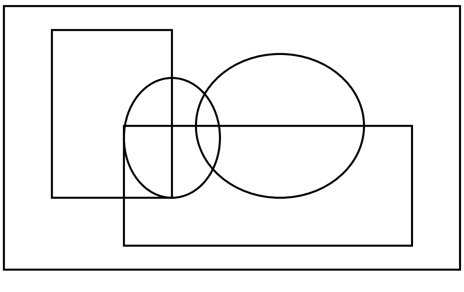
1) f=(01010001);
2) f=(0100110001100001 0);
3) f=(1000010000010100 00).

6. Представить в виде СКНФ следующие функции:

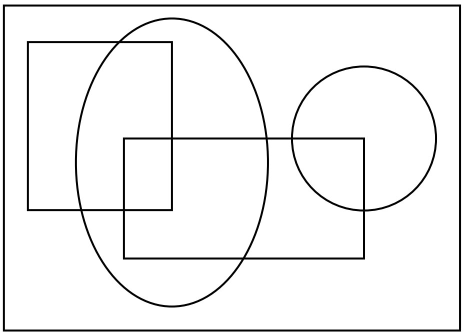
4) f=(11010101);
5) f=(0100110101101111 0);
6) f=(1110010111010101 10).

7. Представьте заштрихованные области максимально компактными аналитическими выражениями:

а)



б)



Тема 3. Полнота и замкнутость. Полиномы Жегалкина. Линейные функции.

1. Операция замыкания. Определение операци замыкания. Примеры.
2. Полнота, примеры полных систем. Определение полноты. Простейшие примеры полных систем.
3. Представление функций алгебры логики многочленами. Теорема о существовании и единственности представления.
4. Методы построения полинома Жегалкина булевой функции при различных способах ее задания. Метод неопределенных коэффициентов. Теорема о связи таблицы T(f) и вектора коэффициентов полинома Жегалкина.
5. Полиномы Жегалкина элементарных функций.
6. Понятие линейной функции. Замкнутость класса линейных функций. Оценка числа линейных функций от фиксированного числа переменных. Определение линейной функции. Теорема о замкнутости класса линейных функций относительно операции суперпозиции.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1.Построить множество всех функций, зависящих от переменных x_1,x_2 и принадлежащих замыканию множества A:

1) A={x^};

2) A={x_1+ x_2};

3) A={ x_1+ x_2, x_1x_2};

4) A={ x_1Vx_2V x_3};

5) A={x_1+ x_2 + x_3}.

2.Показать, что f принадлежит [A], выразив f формулой над множеством A:

1) f=x^, A={0, x→y};

2) f=x+y, A={x↓y};

3) f=x, A={xy};

4) f=x, A={x^Vy^};

5) f=x+y, A={xy^, xVy^}.

3.Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина для следующих функций:

1. f=(01010001);
2. f=(01101001);
3. f=(10001110);
4. f=(01100110);
5. f=(1000000000000001).

4.Преобразуя вектор значений функции f, построить полином Жегалкина:

1) f=(1000);
2) f=(01101110);
3) f=(10000100);
4) f=(0000010001100111);
5) f=(1010101010110110).

Тема 4. Графы. Основные понятия теории графов. Определение расстояния между вершинами графа.

1.Понятие графа. Задача о кенигсбергских мостах.

2.Геометрическая реализация графа. Теорема о реализации графа в трехмерном пространстве.

3.Определение пути, простого пути, цикла, простого цикла, степени вершины, связности и т.п.

4.Понятие изоморфизма и гомеоморфизма графов.

5.Оценка числа попарно неизоморфных графов с h ребрами.

6.Матрицы инцидентности и смежности.

7.Ориентированные и нагруженные графы.

8.Помечивающий алгоритм определения расстояния между вершинами графа.
9.Модифицированная матрица инцидентности. Теорема об определении расстояния между вершинами графа с использованием модифицированной матрицы инцидентности.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Изобразить все попарно неизоморфные а) 3-вершинные; б) 4-вршинные графы без петель и кратных ребер.
2. Показать , что для произвольного графа справедливо равенство
$$\sum d(v)=2\,|X|$$
3. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.
4. Построить граф по матрице смежности, построить матрицу инциденции:

а) 0 1 0 0 0   б) 0 1 0 1 0

    1 0 1 0 1   1 0 0 0 1

0 1 0 1 0	0 0 0 1 1
0 0 1 0 1	1 0 1 0 1
0 1 0 1 0	0 1 1 1 0

5. Построить граф по матрице инциденций, построить матрицу смежности:

а) 0 0 1 0 0 0 1	б) 1 0 1 0 0 0 0
0 1 0 0 1 0 0	0 1 0 0 0 0 1
1 1 0 0 0 0 0	0 0 0 0 1 1 0
1 0 0 0 1 0 0	1 0 0 0 1 0 0
	0 0 0 0 1 1 0
	0 0 1 1 0 0 0

6. Возвести во все степени модифицированные матрицы смежности из задач 4 и 5.
7. Помечивающим алгоритмом определить расстояние между всеми вершинами графа в задаче 5.
8. Привести пример трех связных неизоморфных графов с 6 вершинами.

Модуль 2. Теория графов, алгоритмы на графах. Кодирование.

Тема 5. Понятие связности графа. Теорема Эйлера.

1. Связность, бисвязность, сильная связность.
2. Дерево. Свойства деревьев

3. Эйлеров граф.

4. Критерий существования эйлерова цикла. Теорема Эйлера.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

Найти в заданном графе эйлеров цикл.

Кратчайшие пути в графах. Алгоритмы Дейкстры, Флойда.

1. Кратчайшие пути в графе.
2. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в графе.
3. Задача о многополюсной кратчайшей цепи.
4. Алгоритм Флойда.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Найти кратчайший путь из s в t в заданном взвешенном графе, используя алгоритм Дейкстры.
2. Решить задачу нахождения кратчайших путей между всеми вершинами графа. Воспользоваться алгоритмом Флойда.

Тема 6. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке.

1. Понятие потока в сети.
2. Задача о максимальном потоке.
3. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Найти максимальный поток в сети с заданными потоковыми ограничениями на дугах.

Тема 7. NP-полнота. Гамильтоновы циклы.

1. Эвристические алгоритмы.
2. NP-полнота.
3. Задач коммивояжера.
4. Метод ветвей и границ в задаче о коммивояжере.
5. Метод латинской композиции.
6. Метод динамического программирования в задаче “Разбиение”.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Методом латинской композиции найти гамильтоновы циклы в графе.
2. Решить задачу разбиения множества **A={8,4,2,5,3}** на два подмножества с одинаковой суммой весов элементов методом динамического программирования.
3. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера, который задан следующей матрицей весов:

∞	25	40	31	27
5	∞	17	30	20
19	1	∞	15	6
6	50	24	∞	9
7	8	22	10	∞

Тема 8. Деревья. Теорема об остове минимального веса .

1. Понятие дерева. Свойства деревьев.
2. Теорема об остове минимального веса.
3. Алгоритм Краскала.
4. Алгоритм Прима.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. В заданном графе найти остов минимального веса с помощью алгоритма Краскала.
2. В заданном графе найти остов минимального веса с помощью алгоритма Прима.

Тема 9. Оптимальное кодирование. Неравенство Макмиллана. Алгоритм Хаффмана.

1. Теория кодирования.
2. Теорема о разделимости префиксной схемы.

3. Неравенство Макмиллана.
4. Оптимальное кодирование Хаффмана.
5. Цена кодирования.

Задания для практического занятия и самостоятельной подготовки:

1. Проверить выполнение неравенства Макмиллана для двоично-десятичного кодирования.
2. Проверить выполнение неравенства Макмиллана для алфавитного кодирования

   $\mathbf{a_1 \to 0}$

   $\mathbf{a_2 \to 100}$

   $\mathbf{a_3 \to 101}$

   $\mathbf{a_4 \to 110}$

   $\mathbf{a_5 \to 1110}$

   $\mathbf{a_6 \to 1111}$

3. Найти оптимальный код с помощью алгоритма Хаффмана и найти цену кодирования:

   $\mathbf{a_1 \to 0{,}2}$

   $\mathbf{a_2 \to 0{,}18}$

   $\mathbf{a_3 \to 0{,}16}$

   $\mathbf{a_4 \to 0{,}12}$

   $\mathbf{a_5 \to 0{,}11}$

   $\mathbf{a_6 \to 0{,}05}$

4. Найти оптимальный код с помощью алгоритма Хаффмана и найти цену кодирования:

   $\mathbf{a_1 \to 0{,}3}$

   $\mathbf{a_2 \to 0{,}2}$

   $\mathbf{a_3 \to 0{,}18}$

   $\mathbf{a_4 \to 0{,}15}$

   $\mathbf{a_5 \to 0{,}15}$

   $\mathbf{a_6 \to 0{,}01}$

   $\mathbf{a_7 \to 0{,}01}$

5. Образовательные технологии

Для эффективной реализации целей и задач ФГОС, для претворения компетентностного подхода в преподавании дисциплины «Дискретная математика», используются следующие образовательные технологии и методы обучения:

Вид занятия	Технология	Цель	Формы и методы обучения
1	2	3	4
Лекции	Технология проблемного обуче-	Усвоение теоретических знаний, развитие	Мультимедийные лекции-объяснение, лекция-

	ния	мышления, формирование профессионального интереса к будущей деятельности	визуализация, с привлечением формы тематической дискуссии, беседы, анализа конкретных ситуаций
Практические занятия	Технология проблемного, модульного, дифференцированного и активного обучения, деловая игра	Развитие творческой и познавательной самостоятельности, обеспечение индивидуального подхода с учетом базовой подготовки. Организация активности студентов, обеспечение личностно деятельного характера усвоения знаний, приобретения навыков, умений.	Индивидуальный темп обучения. Инновационные интерактивные методы в обучении: использование Web-ресурсов для подготовки компьютерных презентаций, использование off-line (электронная почта) для обмена информацией, консультаций с преподавателем, работа с электронными пособиями, возможность самотестирования. Постановка проблемных познавательных задач. Методы активного обучения: «круглый стол», игровое производственное
Самостоятельная работа	Технологии концентрированного, модульного, дифференцированного обучения	Развитие познавательной самостоятельности, обеспечение гибкости обучения, развитие навыков работы с различными источниками информации, развитие умений, творческих навыков	Индивидуальные, групповые, интерактивные (в режимах on-line и offline).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Виды самостоятельной работы обучающегося, порядок их выполнения и контроля, учебно-методическое обеспечение (возможно в виде ссылок) самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение конспектов лекций и рекомендованной литературы.
2. Подготовка к опросу на практических занятиях
3. Решение задач и упражнений
4. Подготовка к коллоквиуму и контрольным работам
5. Поиск материала на интернет-форумах
6. Подготовка к зачету

6.2. Порядок контроля:

1. Опрос на практическом занятии
2. Проверка выполнения домашних заданий и контрольных работ
3. Коллоквиумы
4. Зачет.

Раздел (модуль, тема)	Вид самостоятельной работы - практическое содержание	Контрольные сроки (в нед.) и вид контроля	Уч.-мет. обеспечение (указаны источники из списка основной литературы)
1	**2**	**3**	**4**
Модуль 1. Комбинаторика, функции алгебры логики	Предмет дискретной математики и объекты изучения. Высказывания. Логические парадоксы. Булевы функции. Функции от одной переменной. Некоторые элементарные функции от двух переменных. Число булевых функций от n переменных. Свойства элементарных функций, правила Де-Моргана, поглощения, слияния. Принцип двойственности (доказательство). Формальное правило получения двойственных функций. Теорема о разложении функций по переменным. Следствие о разложении по 1 переменной. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Теорема о разложении функций по переменным. Функционально полные системы. Теорема Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов. Диаграммы Эйлера-Венна. Тавтология, противоречие. Методы доказательств в алгебре логики. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания.	3 и 6 недели обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе и коллоквиуме. Проверка решенных задач.	[1], с. 19-32 [3],[4]; интернет-сайты: https://ru.wikipedia.org/wiki/Java http://citforum.ru/
Модуль 2. Методы и алгоритмы на графах, теория кодирования	Эйлеров граф. Критерий существования эйлерова цикла (доказательство). Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в графе. Задача о многополюсной кратчайшей цепи. Алгоритм Флойда. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Метод ветвей и границ в задаче о коммивояжере. Эвристические алгоритмы. NP-полнота. Метод динамического программирования в задаче “Разбиение”. Деревья. Теорема об остове минимального веса. Алгоритм Краскала. Деревья. Теорема об остове минимального веса.	10 и 14 недели обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе и коллоквиуме.	[1], [2], [3],[4]; интернет-сайты: http://www.compdoc.ru/ http://www.emanual.ru/ http://kovriguin-

	Алгоритм Прима. Гамильтоновы циклы. Метод латинской композиции. Теория кодирования. Теорема о разделимости префиксной схемы. Неравенство Макмиллана. Оптимальное кодирование Хаффмана. Цена кодирования.	Проверка выполнения компьютерных программ	guin-eda.ucoz.ru/index/0-4

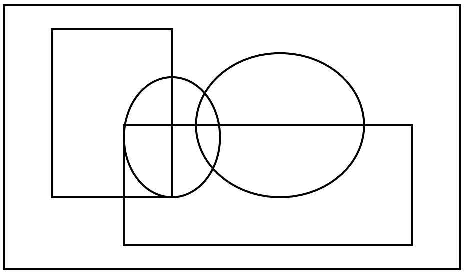
Задачи для самостоятельного выполнения:

1. Решить задачу разбиения множества **A={8,4,2,5,3}** на два подмножества с одинаковой суммой весов элементов методом динамического программирования.

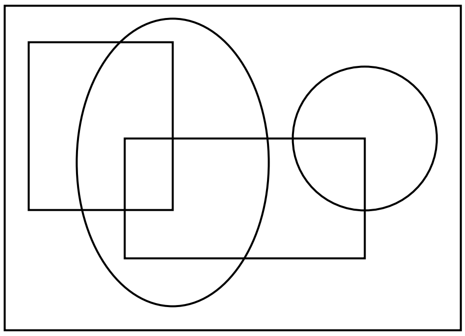
1. Найти максимальный поток в сети со следующими потоковыми ограничениями на дугах.
2. Найти кратчайший путь из s в t в заданном взвешенном графе, используя алгоритм Дейкстры.
3. Решить задачу нахождения кратчайших путей между всеми вершинами графа. Воспользоваться алгоритмом Флойда.
4. Методом ветвей и границ найти кратчайший тур в торговом участке коммивояжера, который задан следующей матрицей весов:

∞	25	40	31	27
5	∞	17	30	20
19	1	∞	15	6
6	50	24	∞	9
7	8	22	10	∞

5. Представьте заштрихованные области максимально компактными аналитическими выражениями:



6. Представьте заштрихованные области максимально компактными аналитическими выражениями:



7. Представьте в виде совершенной дизъюнктивной нормальной формы:
   $$\mathbf{f(x_1,x_2,x_3)=(01101100)}$$
8. Представьте в виде совершенной конъюнктивной нормальной формы:
   $$\mathbf{f(x_1,x_2,x_3)=(11001010)}$$

Доказать эквивалентность формул U и V, используя основные эквивалентности:

U={ } V={ }

9. Методом неопределенных коэффициентов найти полиномы Жегалкина для функций, принимающих следующие значения:
   $$\mathbf{f(x_1,x_2,x_3)=(10001110)}$$
10. Методом латинской композиции найти гамильтоновы циклы в графе.
11. Построить машину Тьюринга, которая проверяет делится ли заданное на ленте двоичное число на **4**.
12. Построить машину Тьюринга, которая удваивает десятичное число на ленте.
13. Построить машину Тьюринга, которая добавляет к натуральному числу на ленте единицу.
14. Система Поста. Исследуйте все способы какими правило
    $\mathbf{s_1as_2bas_3a \rightarrow s_2abbs_1}$ может применяться к цепочке **baababba**.
15. Постройте функцию **U*** двойственную к функции $\mathbf{U(x_1,x_2) = x_1x_2Vx_1x_2}$ воспользовавшись формальным правилом и проверьте результат с помощью таблицы истинности.
16. Проверить выполнение неравенства Макмиллана для двоично-десятичного кодирования.
17. Проверить выполнение неравенства Макмиллана для алфавитного кодирования

    $\mathbf{a_1 \rightarrow 0}$

    $\mathbf{a_2 \rightarrow 100}$

    $\mathbf{a_3 \rightarrow 101}$

    $\mathbf{a_4 \rightarrow 110}$

    $\mathbf{a_5 \rightarrow 1110}$

    $\mathbf{a_6 \rightarrow 1111}$
18. Найти оптимальный код с помощью алгоритма Хаффмана и найти цену кодирования:

    $\mathbf{a_1 \rightarrow 0,2}$

    $\mathbf{a_2 \rightarrow 0,18}$

a_3 → 0,16

a_4 → 0,12

a_5 → 0,11

a_6 → 0,05

19. Найти оптимальный код с помощью алгоритма Хаффмана и найти цену кодирования:

    a_1 → 0,3

    a_2 → 0,2

    a_3 → 0,18

    a_4 → 0,15

    a_5 → 0,15

    a_6 → 0,01

    a_7 → 0,01

20. Доказать вычислимость функции **|x-y|**
21. Доказать вычислимость функции **x+y**
22. Построить нормальный алгоритм Маркова вычисляющий для любого натурального числа частное и остаток от деления на **3**
23. Найти остов минимального веса с помощью алгоритма Краскала.
24. Найти остов минимального веса с помощью алгоритма Прима.

Текущий контроль:
1. Проверка программ на языке высокого уровня по заданиям;
2. Проверка выполнения домашних заданий;
3. Промежуточная аттестация в форме письменной работы.

Текущий контроль включает, кроме еженедельного опроса и проверки знаний по текущему материалу, ведение электронного журнала посещаемости, проверку выполнения компьютерных программ. Подразумевается непрерывное общение по электронной почте (общение по скайпу не целесообразно, т.к. не позволяет осуществлять доскональную проверку заданий).
Промежуточный контроль проводится в виде письменной работы, рассчитанной на 20-30 минут с обязательным устным собеседованием по результатам предварительной проверки.
Критерии выставления оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» определяются степенью владения материалом и достигнутым уровнем компетентности в решении 10 задач дискретной математики. В исключительных случаях учитываются успехи на всероссийских олимпиадах и конкурсах по номинации данной дисциплины.
Для обеспечения самостоятельной работы используется разработанный на кафедре пакет заданий и методических указаний, издано учебное пособие с алгоритмами решения базовых заданий по дискретной математике и соответствующими программами на языке Дельфи.
Самостоятельная работа студентов складывается из проработки лекционного материала, материала учебника и соответствующих форумов интернет, решения всех заданий из индивидуальных заданий, решения рекомендуемых задач, подготовки к сдаче промежуточных форма контроля.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1,2	**Знать:** об основных понятиях и методах, используемых в современной дискретной математике;	Лекции и практические занятия. Выполнение самостоятельных работ Проработка тем модуля 2 Контрольная работа №1
ОПК-1,2	**Уметь:** формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;	Выполнение практических заданий, устный опрос
ОПК-1,2	**Владеть:** навыками постановки наиболее известных задач дискретной математики и эффективными алгоритмами их решения	Проработка тем модуля 1 (практические работы 5-6).

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1
Схема оценки уровня формирования компетенции «способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать об основных понятиях и методах, используемых в современной дискретной математике; основы алгоритмизации	Уметь формулировать прикладные и теоретические, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;	Применять полученные теоретические знания для решения наиболее известных задач дискретной математики.	Владеть навыками решения наиболее известных задач дискретной математики.

ОПК-2
Схема оценки уровня формирования компетенции «способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Формулировать прикладные и теоретические задачи на языке дискретной математики	Знать о многообразии задач, возникающих на графах и сетях, основы алгоритмизации, и методы дискретной математики.	Применять полученные теоретические знания на практике	Владеть навыками основами формирования изучения графов и их свойств при исследовании и построении систем.

7.3. Типовые контрольные задания

Практическое занятие №1

1. Описательное определение множества в Delphi. Перечислить основные ограничения.
2. Привести объявления множеств в Delphi. Начальные присвоения.
3. Конструктор, основные операции над множествами.
4. Как выполнить ввод-вывод элементов множества?
5. Три способа задания множеств.
6. Нарисовать диаграммы для объединения, пересечения, разности, симметрической разности, дополнения.
7. Определите, являются ли числа $2^{32}, 2^{32}+1, 3^{35}+2$ простыми?
8. Виды отображений: инъекция, сюръекция, биекция.
9. Докажите, что мощности множества натуральных чисел и множества целых чисел равны. Указание: пронумеровать 0, -1, 1, -2, 2,
10. Докажите, что мощности множества рациональных чисел и множества целых числе равны. Указание. Пронумеровать по спирали:
11. 1, ½, 1/3, ¼, 1/5, -- несократимые дроби с числителем 1,
12. 2/1, 2/3, 2/5,
13. 3/1, ¾, 3/5,
14. Докажите, что мощности (-1,1) и ($-\infty, \infty$) равны.
15. Докажите, что мощность множества бесконечных последовательностей из 0 и 1 равна мощности точек интервала (0; 1).
16. Какое множество носит имя Кантора?

Практические занятия №2

1. Что такое универсум?

2. Дайте определение булеана и поясните на примерах.
3. Сформулируйте и докажите теорему о мощности булеана.
4. В чем смысл представления подмножества универсума битовой шкалой (правило)?
5. Алгоритм генерации всех подмножеств n-элементного множества. Сформулируйте.
6. Алгоритм генерации всех подмножеств n-элементного множества. Напишите программу (на Дельфи).
7. Алгоритм построения бинарного кода Грея.
8. - Как ставится задача? – Формулировка алгоритма. - Обоснование.
9. Решение примера.
10. Дополнительно: написание программы.
11. Представление множества списками. Как представляется список в Pascal? в Дельфи (самостоятельно)? Как можно удалить элемент из списка, добавить (схема)?
12. Для заданного целого положительного числа n вывести его двоичное представление.
13. Алгоритм генерации всех подмножеств n-элементного множества. Исходные данные – буквы, перечисленные во входном файле. Выходные: построчно вывести в другой файл все подмножества.
14. Программа выполнения алгоритма Грея (для n=3, n=4, n=5).
15. Действия со списками в Дельфи.

Вопросы и задания к итоговому контролю.

1. Предмет дискретной математики и объекты изучения. Высказывания. Логические парадоксы.
2. Булевы функции. Функции от одной переменной. Некоторые элементарные функции от двух переменных. Число булевых функций от n переменных.
3. Свойства элементарных функций, правила Де-Моргана, поглощения, слияния.
4. Принцип двойственности (доказательство). Формальное правило получения двойственных функций.
5. Теорема о разложении функций по переменным. Следствие о разложении по 1 переменной.
6. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
7. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
8. Теорема о разложении функций по переменным. Функционально полные системы.
9. Теорема Жегалкина. Полиномы Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов.
10. Диаграммы Эйлера-Венна. Тавтология, противоречие.
11. Методы доказательств в алгебре логики.
12. Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки, сочетания.
13. Определение графа. Представление графа в виде матрицы смежности и инцидентности.
14. Эйлеров граф. Критерий существования эйлерова цикла (доказательство).
15. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в графе.
16. Задача о многополюсной кратчайшей цепи. Алгоритм Флойда.
17. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
18. Метод ветвей и границ в задаче о коммивояжере.
19. Эвристические алгоритмы. NP-полнота.
20. Метод динамического программирования в задаче “Разбиение”.
21. Деревья. Теорема об остове минимального веса. Алгоритм Краскала.
22. Деревья. Теорема об остове минимального веса. Алгоритм Прима.

23. Гамильтоновы циклы. Метод латинской композиции.
24. Понятие алгоритма. Словарные функции. Машина Тьюринга.
25. Машина с неограниченным числом регистров. Определение, описание работы.
26. Вычислимые функции. Основные функции, доказательство их вычислимости. Порождение вычислимых функций, операции соединения, подстановки, уравнения примитивной рекурсии.
27. Система обработки символов Поста.
28. Нормальные алгоритмы Маркова.
29. Понятие об алгоритмической неразрешимости. Проблема самоприменимости.
30. Проблема остановки машины Тьюринга. Проблема пустой ленты.
31. Теория кодирования. Теорема о разделимости префиксной схемы.
32. Неравенство Макмиллана.
33. Оптимальное кодирование Хаффмана. Цена кодирования.

Пример задания на зачет

ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра дискретной математики и информатики.

Зачет по “Дискретной математике”

1. Предмет дискретной математики и объекты изучения. Высказывания. Логические парадоксы.

2.Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

3.Методом неопределенных коэффициентов найти полиномы Жегалкина для функции, принимающей следующие значения:

$$\mathbf{f(x_1,x_2,x_3)=(10001110)}$$

4.Найти оптимальный код с помощью алгоритма Хаффмана и найти цену кодирования:

$\mathbf{a_1 \rightarrow 0{,}2}$

$\mathbf{a_2 \rightarrow 0{,}18}$

$\mathbf{a_3 \rightarrow 0{,}16}$

$\mathbf{a_4 \rightarrow 0{,}12}$

$\mathbf{a_5 \rightarrow 0{,}11}$

$\mathbf{a_6 \rightarrow 0{,}05}$

Зав кафедрой ДМИ проф. Магомедов А.М.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общий результат складывается из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- выполнение текущих практических заданий – 40 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 50 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос - 50 баллов,
- письменная контрольная работа - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. – СПб.: Питер, 2013. – 304 с.
   Примечание: предоставляется электронный вариант.
2. Г.П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 416 с.
   Примечание: предоставляется электронный вариант.
3. Р.Уилсон. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 2014.
4. Н.Кристофидес. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1977.
5. Миронов В., Башмаков И. А. Прикладные задачи теории графов. – М: Наука, 2014.
6. Ф. Харари. Теория графов. – М.:Мир, 1973.
7. К. Берж. Теория графов. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.

Дополнительная литература

1. В.Н. Нефедов, В.А. Осипова. Курс дискретной математики. – М.: МАИ, 1992.
2. С.М. Окулов. Программирование в алгоритмах. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2012.
3. А.И.Белоусов, С.В.Ткачев. Дискретная математика. – М., изд-во МГТУ им. Баумана, 2002.
4. Б.Н. Иванов. Дискретная математика: алгоритмы и программы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2012
5. М.Гэри, Д.Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
   Примечание: предоставляется электронный вариант.
6. Д. Кнут. Искусство программирования для ЭВМ. -- М.: Мир, 1977.
7. Х. Пападимитриу, К.Стайглиц. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. -- 512 с.
   Примечание: предоставляется электронный вариант.

9. Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

http://citforum.ru/

http://www.compdoc.ru/

http://www.emanual.ru/

http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4

www.dvo.sut.ru/libr/himath/w163rabk/9.htm

http://window.edu.ru/window/catalog

http://www.twirpx.com/files/mathematics/dmath/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1) Все основные алгоритмы должны быть реализованы в виде компьютерной программы на одном из языков высокого уровня.

2) Выбор структур для представления исходных данных особенно важен в тех случаях, когда в задании имеются требования к оценке сложности алгоритма.

3) Самостоятельная работа студентов заключается в решении всех разобранных на занятиях упражнений, материала учебника и соответствующих форумов интернет, решения всех заданий из индивидуальных лабораторных заданий, решения рекомендуемых задач, подготовки к сдаче промежуточных отчетов и зачета, и дополнительной работы в компьютерном классе самостоятельно.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

В аудитории должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Занятия проводятся с применением компьютерных презентаций, поэтому аудитория должна быть укомплектована следующим оборудованием:

портативным персональным компьютером класса «ноутбук» или «нетбук»; на нем должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);

настенным экраном или интерактивной доской.