МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Теория приближений и экстремальные задачи

Кафедра *математического анализа*
факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
01.04.01 Математика

Профиль подготовки
Математический анализ

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
очная

-

Махачкала 2016

Рабочая программа дисциплины *Теория приближений и экстремальные задачи* составлена в 2016 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.04.01 Математика (уровень магистратуры)* от 17.08.2015г. № 827.

Разработчик: *кафедра математического анализа, Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор*

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 20мая 2016 г., протокол № 9.

Зав. кафедрой ______________________ *Рамазанов А.-Р.К.*

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 24 мая 2016 г., протокол № 9.

Председатель ______________________ *Меджидов З.Г.*

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «____»___________2016 г.______________________

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Теория приближений и экстремальные задачи* входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с приближенным представлением функций полиномами, рациональными дробями, сплайнами, а также с методами исследования экстремальных задач теории наилучших приближений в различных метриках.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
общекультурных – ОК-1,
общепрофессиональных – ОПК-2,
профессиональных – ПК-1, ПК-6, ПК-12.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: различные аппараты приближения функций; постановку задачи наилучшего приближения в данном метрическом пространстве; основные свойства элементов наилучшего приближения; свойства полиномов Чебышева, наименее уклоняющихся от нуля;

уметь: применять прямые и обратные теоремы теории приближения в задачах сжатия и восстановления информации, в приближенных вычислениях интегралов и других задачах прикладной математики для оценки погрешностей вычислений;

владеть: методами теории приближения в различных метриках для решения экстремальных задач в математике и в других областях научно-исследовательской деятельности.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена.*

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
А	144	6		14	2		86	36, экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины <u>*Теория приближений и экстремальные задачи*</u> являются:

- освоение основных понятий, связанных с экстремальными задачами теории приближения (наилучшее приближение, модули непрерывности, поперечники, энтропия и емкость компактного множества, прямые и обратные теоремы теории приближения);
- творческое овладение основными методами исследования экстремальных задач теории приближения.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина *Теория приближений и экстремальные задачи* входит в вариативную часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика.*

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение данной дисциплины предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу	Знать: общую постановку задачи наилучшего приближения в метрическом пространстве и ее различные реализации при приближении: полиномами, рациональными дробями, сплайнами. Уметь: давать сравнительный анализ разных аппаратов приближения в различных метрических пространствах, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство наилучшего приближения. Владеть навыками подбора подходящего аппарата приближения и метрики для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.

ОПК-2	способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знать: различные аппараты приближения и различные метрики; различные формы построения приближающих полиномов и рациональных дробей; различные методы оценки наилучших приближений, поперечников, метрической энтропии. Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей аппроксимацию тем или иным аппаратом. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого аппроксимационного агрегата.
ПК-1	способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знать фундаментальные теоремы о наилучших приближениях, в частности, критерии элемента наилучшего приближения в различных формах. Уметь давать оценки наилучших приближений для функций из различных классов в различных метриках. Владеть навыками оценки наименьших полиномиальных уклонений функций в различных метриках, методами исследования скорости сходимости различных ортогональных рядов.
ПК-6	способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках	Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; приложения основных положений теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук. Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами. Владеть методами моделирования

		естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.
ПК-12	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики	Знать на достаточно высоком уровне материал из теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела из теории приближения функций.

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Аудиторные занятия, в том числе**				**Самостоят. работа**	**Формы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
			лекции	**практ. занятия**	**лабор. работы**	**Контр. сам. раб.**		
Модуль 1. ***Экстремальные задачи в нормированных пространствах***								
Всего по модулю 1	***А***		***2***	***4***		***1***	***29***	коллоквиум
1. Постановка задачи и свойства наилучшего приближения.			1	2				

2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах.			1	2				
Модуль 2. ***Прямые и обратные теоремы теории приближения***								
Всего по модулю 2	***А***		***2***	***6***		***1***	***27***	коллоквиум
1. Наилучшее приближение полиномами			1	3				
2. Обратные теоремы теории приближения			1	3				
Модуль 3. ***Поперечники классов функций***								
Всего по модулю 3	***А***		***2***	***4***			***30***	коллоквиум
1**.**Модули непрерывности в теории приближений			1	2				
2. Поперечники Колмогорова некоторых классов периодических функций			1	2				
Модуль 4. ***Промежуточная аттестация***								
Экзамен	**А**							**36**
ИТОГО за семестр	**А**		**6**	**14**		**2**	**86**	**36**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам *(разделам)*

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Экстремальные задачи в нормированных пространствах.
Тема 1. Постановка задачи и свойства наилучшего приближения.
Задачи теории приближения, общие свойства наилучшего приближения. Общие теоремы существования и единственности элемента наилучшего приближения.
Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах.
Теорема Хана-Банаха и отделимость выпуклых множеств. Теоремы двойственности в случае приближения конечномерным пространством. Соотношение двойственности в случае приближения выпуклым замкнутым множеством. Критерии элемента наилучшего приближения, вытекающие из соотношений двойственности. Двойственные соотношения для задач наилучшего приближения в пространствах $L_p(a,b)$, $C[a,b]$.

Модуль 2. Прямые и обратные теоремы теории приближения
Тема 1. Наилучшее приближение полиномами.
Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара. Теоремы Корнейчука**.** Теоремы Стечкина. Следствия теорем Корнейчука и Стечкина (теоремы Джексона-Бернштейна). Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства $L_2(2\pi)$.
Тема 2. Обратные теоремы теории приближения.
Оценки модулей непрерывности через полиномиальные приближения. Обратные теоремы С.Н.Бернштейна. Обратные теоремы Салема, С.Б.Стечкина, А.Ф.Тимана.

Модуль 3. Поперечники классов функций
Тема 1. Модули непрерывности в теории приближений
Модули непрерывности первого порядка. Свойства модуля непрерывности первого порядка. Модули непрерывности высших порядков.
Тема 2. Поперечники Колмогорова некоторых классов периодических функций.
Вводные замечания. Теорема о поперечнике шара. Поперечники классов ${W_{L_2}}^2$ в пространстве $L_2(2\pi)$. Поперечники классов Гельдера в пространстве $C(2\pi)$.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Экстремальные задачи в нормированных пространствах.
Тема 1. Постановка задачи и свойства наилучшего приближения.
Задачи теории приближения, общие свойства наилучшего приближения.
Тема 2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах.
Отделимость выпуклых множеств. Двойственность в случае приближения конечномерным пространством. Соотношение двойственности в случае приближения выпуклым замкнутым множеством. Критерии элемента наилучшего приближения, вытекающие из соотношений двойственности.

Модуль 2. Прямые и обратные теоремы теории приближения
Тема 1. Наилучшее приближение полиномами.
Теорема Ахиезера-Крейна-Фавара. Теоремы Корнейчука**.** Теоремы Стечкина. Следствия теорем Корнейчука и Стечкина (теоремы Джексона-Бернштейна).

Тема 2. Обратные теоремы теории приближения.
Оценки модулей непрерывности через полиномиальные приближения. Обратные теоремы С.Н.Бернштейна.

Модуль 3. Поперечники классов функций
Тема 1. Модули непрерывности в теории приближений
Модули непрерывности первого порядка. Свойства модуля непрерывности первого порядка. Модули непрерывности высших порядков.
Тема 2. Поперечники Колмогорова некоторых классов периодических функций.
Задачи на поперечник шара. Поперечники классов Гельдера в пространстве $C(2\pi)$.

5. Образовательные технологии
В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.
По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций. (избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
2. Загиров Н.Ш., Рамазанов А.-Р. К. Приближение полиномами и рациональными функциями. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1989.

Задания для самостоятельной работы

1. Доказать, что любое конечномерное подпространство F линейного нормированного пространства X является множеством существования.
2. Привести пример множества F в линейном нормированном пространстве X, которое не является множеством существования.
3. Доказать, что любое замкнутое локально-компактное множество F линейного нормированного пространства X является множеством существования.
4. Доказать, что $\|\cdot\|$ строго выпукла тогда и только тогда, когда единичная сфера $S = \{x \in X : \|x\| = 1\}$ в X не содержит отрезков.
5. Привести примеры строго выпуклых и не строго выпуклых норм в пространствах $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$, $C([0,1])\, L_p([0,1])\; p \geq 1,\; L_\infty([0,1])$.
6. Доказать, что если множество F является множеством существования в линейном пространстве X, норма которого строго выпукла, то множество F является множеством единственности.
7. Доказать, что функционал наилучшего приближения $E(x,F)$ непрерывен.
8. Доказать, что если F –подпространство, то функционал наилучшего приближения $E(x,F)$ обладает следующими свойствами:
1) $E(x_1 + x_2, F) \leq E(x_1, F) + E(x_2, F)\; \forall x_1, x_2 \in X$;
2) $E(\lambda x, F) = |\lambda| E(x, F)\; \forall x \in X, \forall \lambda \in R$.
9. Привести примеры пространства X и множества F таких, что функционал наилучшего приближения не является полуаддитивным, положительно однородным.
10. Привести пример линейного пространства X и подпространст,ва $F \subset X$ таких, что функционал наилучшего приближения $E(x,F)$ не является аддитивным.
11. Доказать, что если F – конечномерное подпространство в линейном нормированном пространстве X ,то оператор метрического проектирования P_F является непрерывным.
12. Доказать, что если F – подпространство нормированного пространства X, то оператор метрического проектирования P_F является однородным.
13. Пусть X – унитарное пространство со скалярным произведением (x, y). Доказать, что норма $\|x\| = \sqrt{(x,x)}$ превращает X в строго нормированное.
14. Доказать, что всякое подпространство F унитарного пространства X является множеством существования и единственности.
15. Доказать, что оператор метрической проекции P_F на подпространство F унитарного пространства X является линейным оператором и для любого $x \in X$ наилучший элемент $P_F(x)$ для x в подпространстве F такой, что $x - P_F(x)$ ортогонален любому вектору из F.

16. Пусть $x_1, x_2, ..., x_n$ – векторы унитарного пространства X. Доказать, что если система $(x_k) \quad (k = \overline{1, n})$ линейно независима, то для любого вектора $x \in X$

$E(x, L(x_1, x_2, \ldots, x_n)) = \dfrac{\det G(x, x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\det G(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$, где $G(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – матрица Грамма.

17. Доказать, что если X – унитарное пространство, то:

1) система векторов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ линейно независима, тогда и только тогда, когда $\det G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \neq 0$

2) для любой системы векторов $x_1, x_2, \ldots, x_n \in X$

$\det G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq 0$.

Знак равенства имеет место тогда и только тогда, когда система векторов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ линейно зависима.

Указанное неравенство является обобщением неравенства Коши-Буняковского;

3) для любой линейно независимой системы векторов $x_1, x_2, \ldots, x_n \in X$ и для любого m, $1 \leq m \leq n$.

$\det G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq \det G(x_1, x_2, \ldots, x_m) \det G(x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n)$

Доказать, что знак равенства в этом неравенстве имеет место тогда и только тогда, когда всякий вектор $x_k, k \leq m$, ортогонален всякому вектору $x_l, m \leq l \leq n$;

4) для любой системы векторов $x_1, x_2, \ldots, x_n \in X$

$\det G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq (x_1, x_1)(x_2, x_2) \ldots (x_n, x_n)$.

18. Пусть $A = (a_{ij})$ – квадратная матрица порядка $n \in N$ с комплексными элементами.

Доказать, что $|\det A|^2 \leq \sum_{k=1}^{n} |a_{1k}|^2 \sum_{k=1}^{n} |a_{2k}|^2 \ldots \sum_{k=1}^{n} |a_{nk}|^2$.

Доказать, что знак равенства в этом неравенстве имеет место тогда и только тогда, когда для любых $i, j = 1,2,...,n, i \neq j$, $\sum_{k=1}^{n} a_{ik} \overline{a}_{jk} = 0$.

Это неравенство называется неравенством Адамара.

19. Пусть a и b – фиксированные действительные числа, $n \in N$. Среди всех тригонометрических полиномов $T_n(x) = a\cos nx + b\sin nx + \sum_{k=0}^{n-1} a_k \cos kx + b_k \sin kx$

найти тот, для которого интеграл $\int_0^{2\pi} |T_n(x)|^p dx, \; p \geq 1$, принимает наименьшее значение.

20. Пусть $f \in C[a, b]$. Доказать, что для любого $\varepsilon > 0$ существует такой алгебраический многочлен $P(x)$, что $|f(x) - P(x)| < \varepsilon \; \forall x \in [a, b]$ (первая теорема Вейерштрасса).

21. Пусть $f \in C[2\pi]$. Доказать, что $\forall \varepsilon > 0 \; \exists$ тригонометрический полином $T(x)$ такой, что $|f(x) - T(x)| < \varepsilon \quad \forall x \in \mathbb{R}$ (вторая теорема Вейерштрасса).

22. Вывести из первой теоремы Вейерштрасса вторую и наоборот.

23. Сформулировать и доказать утверждения аналогичные тем, которые сформулированы в задачах 20 и 21 для пространств $L_p([a,b]),\ p\ge 1$ и $L_p(2\pi),\ p\ge 1$

25. Найти наилучшее равномерное приближение функции $(x-a)^{-1}, a>1$ на отрезке $[-1,1]$ алгебраическими полиномами степени n.

26. Пусть a и b – фиксированные действительные числа, $n\in N$. Среди тригонометрических полиномов $T_{n-1}(x)=\sum\limits_{k=0}^{n-1} a_k\cos kx+b_k\sin kx$

найти полином наилучшего равномерного приближения функции $f(x)=a\cos nx+b\sin nx$.

27. Пусть $0<a<1$, b – нечетное число, большее 1. Для функции Вейерштрасса $f(x)=\sum\limits_{m=0}^{\infty} a^m\cos b^m x$ найти наилучшее равномерное приближение

тригонометрическими полиномами $T_n(x)=\sum\limits_{k=0}^{n}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$.

28. Числа $K_r=\dfrac{4}{\pi}\sum\limits_{j=0}^{\infty}(-1)^{(r+1)j}\dfrac{1}{(2j+1)^{r+1}}\ (r=1,2\ldots)$ называются константами Фавара.

1) Найти K_1, K_2, K_3, K_4.

2) Доказать, что $\lim\limits_{r\to\infty}K_r=\dfrac{4}{\pi}$.

29. Пусть $T_n(x)=\dfrac{u_0}{2}+\sum\limits_{k=1}^{n}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$ – тригонометрический полином. Доказать, что:

1) $T_n(x)=a_n\cos nx+\dfrac{\cos nx}{2n}\sum\limits_{k=1}^{2n}(-1)^k ctg\dfrac{x-x_k}{2}T_n(x_k)$, где $x_k, k=1,2,\ldots 2n$ – нули полинома $\cos nx=A\prod\limits_{k=1}^{2n}\sin\dfrac{x-x_k}{2}$.

2) $T'(0)=\dfrac{1}{4n}\sum\limits_{k=1}^{2n}(-1)^{k+1}\dfrac{1}{\sin^2\dfrac{x_k}{2}}T_n(x_k)$, x_k –нули $\cos nx$.

3) $T_n'(x)=\dfrac{1}{4n}\sum\limits_{k=1}^{2n}(-1)^{k+1}\dfrac{1}{\sin^2\dfrac{x_k}{2}}T_n(x+x_k)$, x_k - нули $\cos nx$.

(эту формулу называют интерполяционной формулой М.Рисса);

4) $n=\dfrac{1}{4n}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{\sin^2\dfrac{x_k}{2}}$, x_k - нули $\cos nx$.

30. Доказать, (см. обозначения в задаче 29) что:

1) $\max|T_n'(x)|\le n\cdot\max|T_n(x)|$.

2) $\left(\int\limits_0^{2\pi}\left|T_n{}'\right|^p dx\right)^{\frac{1}{p}} \le n\left(\int\limits_0^{2\pi}\left|T_n(x)\right|^p dx\right)^{\frac{1}{p}} \quad p \ge 1.$

Доказать, что эти неравенства точные. Они называются неравенствами С.Н.Бернштейна.

Названия разделов и тем дисциплины	Виды и содержание самостоятельной работы
Модуль 1. ***Экстремальные задачи в нормированных пространствах***	
1. Постановка задачи и свойства наилучшего приближения.	Решение задач и упражнений.
2. Двойственность экстремальных задач в линейных нормированных пространствах.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. ***Прямые и обратные теоремы теории приближения***	
1.Наилучшее приближение полиномами.	Доклад: Операторы Джексона, Фейера, Валле-Пуссена.
2. Обратные теоремы теории приближения.	Доклад: Неравенства Бернштейна и Маркова.
Модуль 3. ***Поперечники классов функций***	
1.Модули непрерывности в теории приближений	Доклад: Обобщенные модули непрерывности в теории приближений.
2. Поперечники Колмогорова некоторых классов периодических функций	Доклад: Модули непрерывности и функции Стеклова.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОК-1	Знать: общую постановку задачи наилучшего приближения в метрическом пространстве и ее различные реализации при приближении: полиномами, рациональными дробями, сплайнами.	Коллоквиум, контрольная работа

	Уметь: давать сравнительный анализ разных аппаратов приближения в различных метрических пространствах, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство наилучшего приближения. Владеть навыками подбора подходящего аппарата приближения и метрики для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.	
ОПК-2	Знать: различные аппараты приближения и различные метрики; различные формы построения приближающих полиномов и рациональных дробей; различные методы оценки наилучших приближений, поперечников, метрической энтропии. Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей аппроксимацию тем или иным аппаратом. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого аппроксимационного агрегата.	Коллоквиум, контрольная работа
ПК-1	Знать фундаментальные	Коллоквиум, контрольная

	теоремы о наилучших приближениях, в частности, критерии элемента наилучшего приближения в различных формах. Уметь давать оценки наилучших приближений для функций из различных классов в различных метриках. Владеть навыками оценки наименьших полиномиальных уклонений функций в различных метриках, методами исследования скорости сходимости различных ортогональных рядов.	работа
ПК-6	Знать естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; приложения основных положений теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук. Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами. Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.	Коллоквиум, контрольная работа

ПК-12	Знать на достаточно высоком уровне материал из теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела из теории приближения функций.	Коллоквиум, контрольная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать: общую постановку задачи наилучшего приближения в метрическом пространстве и ее различные реализации при приближении: полиномами, рациональными дробями, сплайнами.	Допускает ошибки: в определениях метрики и нормы, метрического и нормированного пространств и их различных реализаций в форме функциональных пространств; в постановке задачи о наилучших приближениях и	Допускает в определениях метрики и нормы, метрического и нормированного пространств и их различных реализаций в форме функциональных пространств; общую постановку задачи о	Знает: общую постановку задачи наилучшего приближения в метрическом пространстве и ее различные реализации при приближении: полиномами, рациональными дробями, сплайнами.

		ее реализации для различных типов метрик и множеств приближающих функций.	наилучших приближениях и ее реализации для различных типов метрик и множеств приближающих функций.	
базовый	Уметь: давать сравнительный анализ разных аппаратов приближения в различных метрических пространствах, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство наилучшего приближения.	Допускает ошибки в сравнительном анализе разных метрик и норм и разных типов аппаратов приближения или при нахождении их сходственных черт и синтезе как определенного свойства соответственно метрики (нормы) или аппарата приближения.	Допускает неточности в сравнительном анализе разных метрик и норм и разных типов аппаратов приближения или при нахождении их сходственных черт и синтезе как определенного свойства соответственно метрики (нормы) или аппарата приближения.	Умеет: давать сравнительный анализ разных аппаратов приближения в различных метрических пространствах, находить их сходственные черты и синтезировать как определенное свойство наилучшего приближения.
продвинутый	Владеть навыками подбора подходящего аппарата приближения и метрики для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.	Слабо владеет навыками подбора подходящей метрики (нормы) или типа аппарата приближения для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.	Достаточно хорошо владеет навыками подбора подходящей метрики (нормы) или типа аппарата приближения для адекватного применения в той или иной области математики или естественнона	Владеет навыками подбора подходящего аппарата приближения и метрики для адекватного применения в той или иной области математики или естественнонаучных дисциплин.

			учных дисциплин.	

ОПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать: различные аппараты приближения и различные метрики; различные формы построения приближающих полиномов и рациональных дробей; различные методы оценки наилучших приближений, поперечников, метрической энтропии.	Знает: некоторые аппараты приближения (полиномы, рациональные функции); некоторые нормы и метрики (равномерные, интегральные); некоторые методы оценки наилучших приближений, поперечников.	Знает в достаточной степени: различные аппараты приближения (полиномы, рациональные функции, сплайны и др.); различные нормы и метрики (равномерные, интегральные, с весом и др.); различные методы оценки наилучших приближений, поперечников.	Знает: различные аппараты приближения и различные метрики; различные формы построения приближающих полиномов и рациональных дробей; различные методы оценки наилучших приближений, поперечников, метрической энтропии.
базовый	Уметь: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей аппроксимацию тем или иным аппаратом.	Умеет: создавать модели некоторых явлений, процессов и конструкций в форме функциональной зависимости, допускающей аппроксимацию тем или иным аппаратом в той или иной метрике.	Умеет: создавать модели различных явлений, процессов и конструкций в форме функциональной зависимости, допускающей аппроксимацию тем или иным аппаратом в	Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей аппроксимацию тем или

			той или иной метрике.	иным аппаратом.
продвинутый	Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого аппроксимационного агрегата.	Владеет отдельными методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторой функциональной зависимости, допускающей аппроксимацию определенным аппаратом приближения в определенной метрике.	Владеет различными методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторой функциональной зависимости, допускающей аппроксимацию определенным аппаратом приближения в определенной метрике.	Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого аппроксимационного агрегата.

ПК-1
Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать фундаментальные теоремы о наилучших приближениях, в частности, критерии элемента наилучшего приближения в различных формах.	Знает некоторые фундаментальные свойства функций из различных классов, полиномов, рациональных функций и сплайнов, различных метрик.	Знает достаточно хорошо фундаментальные свойства функций из различных классов, полиномов, рациональных функций и сплайнов, различных метрик.	Знает фундаментальные теоремы о наилучших приближениях, в частности, критерии элемента наилучшего приближения в различных формах.
ба	Уметь давать оценки	Умеет давать	Умеет	Умеет давать

зовый	наилучших приближений для функций из различных классов в различных метриках.	оценки скорости сходимости полиномов, рациональных функций и сплайнов к некоторым функциям в равномерной и интегральной метриках.	давать оценки скорости сходимости полиномов, рациональных функций и сплайнов к различным функциям в различных метриках.	оценки наилучших приближений для функций из различных классов в различных метриках.
продвинутый	Владеть навыками оценки наименьших полиномиальных уклонений функций в различных метриках, методами исследования скорости сходимости различных ортогональных рядов.	Владеет отдельными методами теории вложения классов функций и элементами теории приближения функций	Владеет различными методами теории вложения классов функций и элементами теории приближения функций	Владеет навыками оценки наименьших полиномиальных уклонений функций в различных метриках, методами исследования скорости сходимости различных ортогональных рядов.

ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
пороговый	Знать: естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; приложения основных положений теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук.	Знает: некоторыеестественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; некоторые приложения основных положений	Знает: различные естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; различные	Знает: естественнонаучные задачи, приводящие к основным понятиям теории приближения и экстремальным задачам; приложения основных

		теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук.	приложения основных положений теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук.	положений теории приближения в экстремальных задачах из других разделов математики и естественных наук.
базовый	Уметь: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами.	Умеет: давать естественнонаучную интерпретацию некоторых основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами	Умеет: давать естественнонаучную интерпретацию различных основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами	Умеет: давать естественнонаучную интерпретацию основных положений теории приближения, связанных с экстремальными задачами
продвинутый	Владеть методами моделирования естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.	Владеет методами моделирования некоторых естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.	Владеет методами моделирования различных естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.	Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме аппроксимационного полинома, рациональной дроби, сплайна, ряда, непрерывной дроби.

ПК-12

Схема оценки уровня формирования компетенции « Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
по	Знать на достаточно	Знает на	Знает на	Знает на

ро го вы й	высоком уровне материал из теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения.	определенном уровне материал из теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения.	достаточно хорошем уровне материал из теории теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения.	достаточно высоком уровне материал из теории приближения функций по программе данного образовательного учреждения.
ба зо вы й	Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики.	Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения некоторых программных вопросов; устанавливать связи между отдельными предметными разделами с учетом специфики данной области математики.	Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения различных программных вопросов; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики.	Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики.
пр од ви ну ты й	Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела из теории приближения функций.	Владеет методикой изложения основного материала отдельных разделов из теории теории приближения функций.	Владеет методикой изложения основного материала различных разделов из теории теории приближения функций.	Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела из теории приближения функций

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Наилучшее приближение. Основные свойства наилучшего приближения.
2. Критерий наилучшего приближения в пространстве $C(2\pi)$.
3. Критерий наилучшего приближения в пространстве $L_p(2\pi)$ $(p \geq 1)$.
4. Прямые теоремы наилучшего приближения в пространствах $C(2\pi)$, $L_p(2\pi)$.
5. Обратные теоремы наилучшего приближения в пространствах $C(2\pi)$, $L_p(2\pi)$.
6. Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства $L_2(2\pi)$.
7. Точная константа в неравенстве Джексона для функций пространства $C(2\pi)$.
8. Теорема о поперечнике шара.
9. Поперечники классов $W_{L_2}^{\ 2}$ в пространстве $L_2(2\pi)$.
10. Операторы Джексона, Фейера, Валле-Пуссена.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. И. П. Натансон. Конструктивная теория функций. М.: Гостехиздат, 1949.
2. Н.П. Корнейчук. Экстремальные задачи теории приближения. М: Наука, 1976.
3. В.М Тихомиров. Теория приближений. Итоги науки и техники. М., 1987.
4. И.К. Даугавет. Введение в теорию приближения функций. ЛГУ, 1977.

б) дополнительная литература:

1. Н.П. Корнейчук. Точные константы в теории приближений. М., 1987.
2. В.В. Жук. Лекции по теории аппроксимации. Санкт-Петербург, 2008.
3. В.А.Ильин, Э. Г. Позняк. Основы математического анализа. М.: Наука, т. 1, 2, 1980.
4. Н.И. Ахиезер. Лекции по теории аппроксимации. М.: Наука, 1965.
5. А.-Р.К. Рамазанов. Полиномиальные и рациональные аппроксимации. Знакочувствительные, вариационные, интегральные. Germany (Saarbrucken): LAP Lambert Academic Publishing, 2011.- 231с.
6. А.-Р.К. Рамазанов. Аппроксимации функций с интерполяцией. Оценка скорости и смежные вопросы. Germany (Saarbrucken): LAP Lambert Academic Publishing, 2012.- 125 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Федеральный портал http://edu.ru:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ http://elib.dgu.ru:
3. Образовательные ресурсы ДГУ http://edu.icc.dgu.ru:

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.